

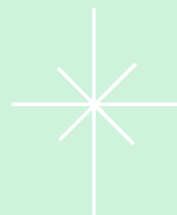


ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Учебное пособие



**Основные законы,
соотношения
и методы расчета**

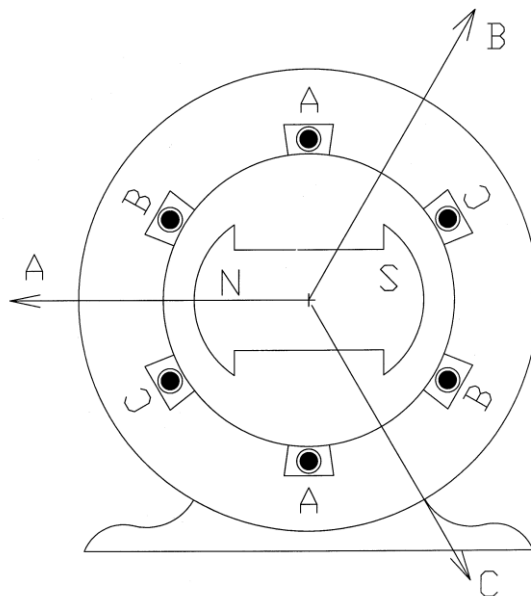


ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

7.1. Основные соотношения

Трехфазные системы относятся к многофазным системам, позволяющим наиболее просто получить вращающееся магнитное поле. Это свойство широко используется в конструкциях генераторов и двигателей переменного тока.

Трехфазный генератор представляет собой три однофазных генератора, конструктивно объединенных в одном агрегате (рис. 7.1).



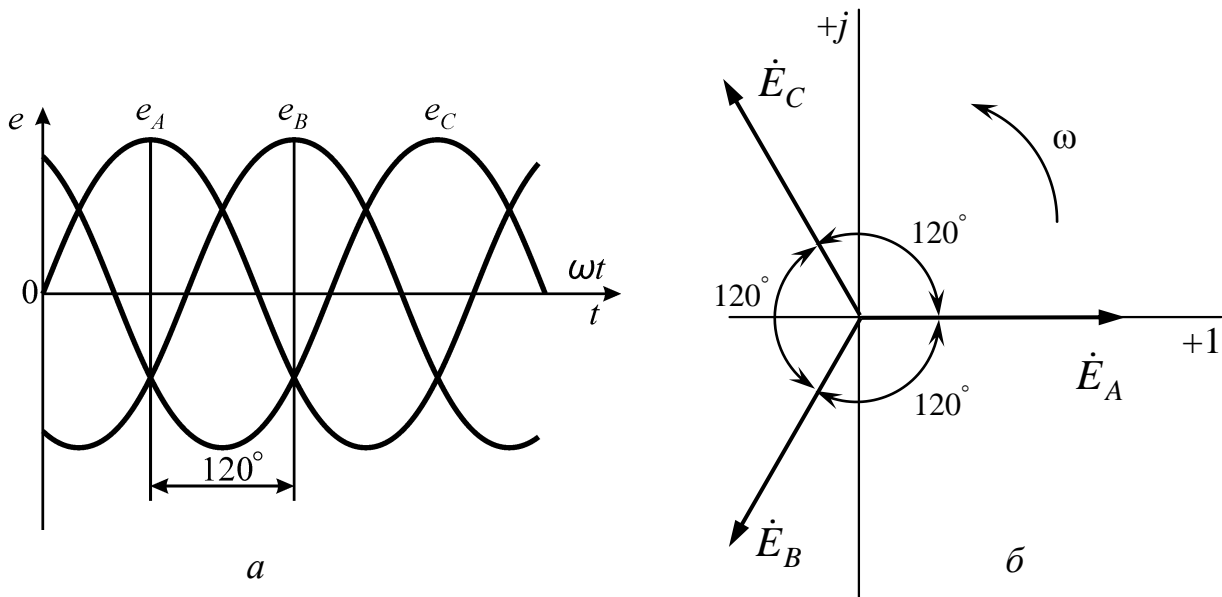
Р и с. 7.1

Он состоит из статора (неподвижная часть) и ротора (вращающаяся часть).

Статор представляет собой полый цилиндр, набранный из пластин. На его внутренней поверхности имеются пазы, в которые уложены три одинаковые обмотки (фазы). Они сдвинуты в пространстве на 120° .

Ротор – постоянный магнит или набранный из пластин цилиндр, в пазы на внешней поверхности которого уложена обмотка возбуждения (постоянный электромагнит).

При включении обмотки возбуждения в сеть постоянного тока по ней потечет ток, который создает постоянный магнитный поток. При вращении ротора первичным двигателем этот поток, согласно закону электромагнитной индукции, наведет в обмотках статора A, B, C три одинаковых по величине и частоте синусоидальных ЭДС, сдвинутых по фазе на угол 120° (рис. 7.2, а).



Р и с. 7.2

Если ЭДС фазы A принять за исходную, т.е. совместить с вещественной осью комплексной плоскости, то ЭДС обмоток (фаз) можно записать в виде:

$$e_A = E_m \sin \omega t ;$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ) = E_m \sin(\omega t + 240^\circ) ;$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ) .$$

Такая трехфазная система ЭДС называется *симметричной системой*.

Комплексы действующих значений фазных ЭДС будут

$$\dot{E}_A = E ; \quad \dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j120^\circ} = \dot{E}_A e^{j240^\circ} ; \quad \dot{E}_C = \dot{E}_A e^{-j240^\circ} = \dot{E}_A e^{j120^\circ} .$$

Обозначим множитель e^{j120° через a и будем называть *оператором трехфазной цепи*.

Тогда

$$a = e^{j120^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -0,5 + j0,866;$$
$$a^2 = e^{j240^\circ} = \cos 240^\circ + j \sin 240^\circ = -0,5 - j0,866.$$

Теперь комплексы действующих значений фаз можно записать и в виде

$$\dot{E}_A = E; \quad \dot{E}_B = a^2 \dot{E}_A; \quad \dot{E}_C = a \dot{E}_A.$$

Алгебраическая сумма мгновенных значений ЭДС симметричной системы в любой момент времени равна нулю (рис. 7.2, а):

$$e_A + e_B + e_C = 0,$$

или в комплексной форме (рис. 7.2, б)

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0.$$

Последовательность прохождения ЭДС через одинаковые значения (например, через нулевое значение) называют *последовательностью фаз*.

Рассмотренная система ЭДС образует *прямой* порядок следования фаз (*АВС*). Если две фазы поменять местами (*АСВ*), то получим *обратный* порядок следования фаз. Если ЭДС всех трех фаз проходят через ноль одновременно, то имеем *нулевой* порядок следования фаз.

Обмотки трехфазного генератора стремятся выполнить совершенно одинаковыми, чтобы в них наводились равные ЭДС, сдвинутые на равные углы (120°). Такой генератор называется симметричным.

В дальнейшем будем считать, что несимметрия в трехфазных цепях возникает за счет нагрузки или аварии в цепи, а генератор всегда симметричный.

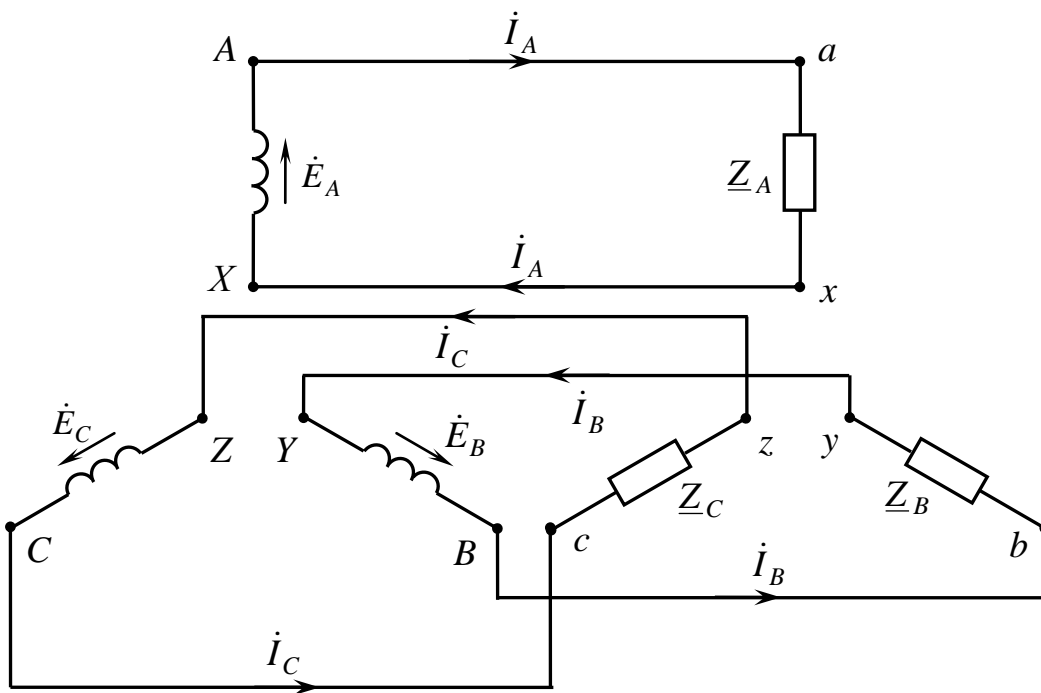
7.2. Основные виды соединений трехфазных цепей

Совокупность источников трехфазной системы ЭДС, трехфазных нагрузок и соединительных проводов называют трехфазной цепью.

Существуют различные способы соединения обмоток трехфазного генератора с трехфазной нагрузкой.

Пусть от каждой фазы генератора питается свой потребитель. Получим *несвязанную трехфазную систему* (рис. 7.3).

Преимуществом несвязанной трехфазной системы является то, что фазы работают независимо друг от друга. Главный недостаток – большое количество проводов (3 прямых и 3 обратных).

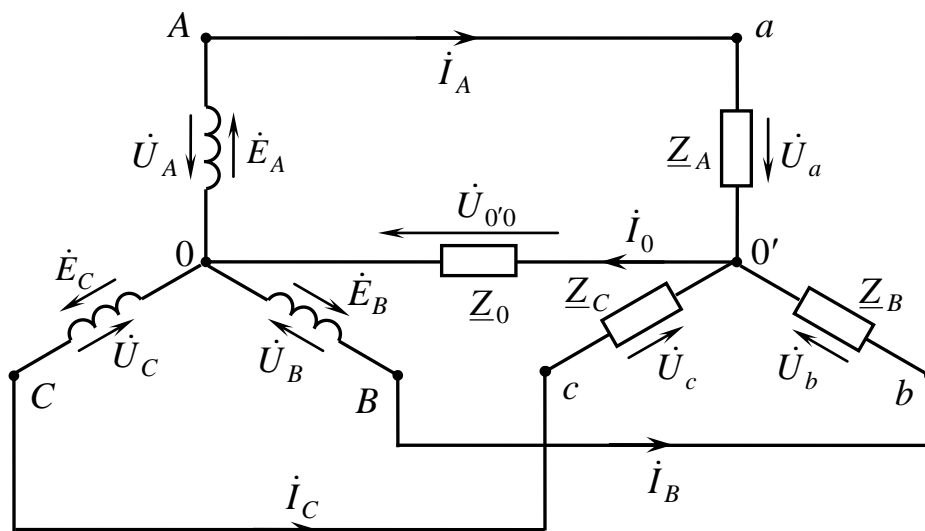


Р и с. 7.3

В целях экономии соединительных проводов фазы генератора (нагрузки) обычно соединяют звездой или треугольником. При этом число соединительных проводов уменьшается до трех или четырех.

7.2.1. Соединение звездой

Объединим три обратных провода в один общий (нулевой). Для этого концы трех фаз генератора (X, Y, Z) соединим в общую (нулевую) точку 0 , а концы трех фаз потребителя (x, y, z) – в общую (нулевую) точку $0'$ (рис. 7.4). Такая схема соединения называется «звезда – звезда с нулевым проводом».



Р и с. 7.4

В трехфазных цепях различают *фазные* и *линейные* величины напряжений и токов.

Провода, соединяющие генератор с нагрузкой, называются *линейными проводами*, а протекающие по ним токи – *линейными токами* (I_A, I_B, I_C).

Напряжения между линейными проводами называются *линейными напряжениями* (U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} на источнике и U_{ab}, U_{bc}, U_{ca} на нагрузке).

Каждую из трех обмоток генератора называют *фазой генератора*; каждую из трех нагрузок – *фазой нагрузки*. Протекающие по фазам токи называются *фазными токами* (I_A, I_B, I_C), а напряжения на фазах – *фазными напряжениями* (U_A, U_B, U_C на генераторе и U_a, U_b, U_c на нагрузке).

Напряжение между нулевыми точками источника и нагрузки называется *напряжением смещения нейтрали* $\dot{U}_{0'0}$.

Нулевым (нейтральным) проводом называют провод, соединяющий нулевые точки генератора (0) и нагрузки (0').

Ток нулевого провода \dot{I}_0 находится по первому закону Кирхгофа и равен сумме фазных токов:

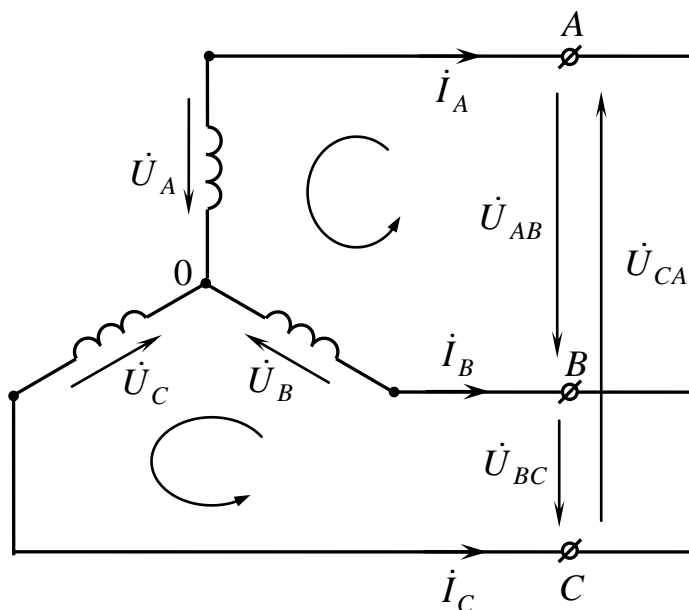
$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Как видно (см. рис. 7.4), при соединении звездой фазный ток равен соответствующему линейному току:

$$\dot{I}_\phi = \dot{I}_л.$$

Выразим линейные напряжения \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA} через фазные \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C . Для этого запишем уравнения по второму закону Кирхгофа для трех контуров, образованных одним из линейных напряжений и двумя фазными напряжениями (рис. 7.5):

$$\dot{U}_A - \dot{U}_{AB} - \dot{U}_B = 0; \quad \dot{U}_B - \dot{U}_{BC} - \dot{U}_C = 0; \quad \dot{U}_C - \dot{U}_{CA} - \dot{U}_A = 0.$$



Р и с. 7.5

Получаем:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

При соединении звездой в общем случае линейное напряжение равно разности соответствующих фазных напряжений.

Аналитический расчет трехфазных цепей полезно сопровождать построением векторных диаграмм токов и напряжений. Векторные диаграммы облегчают нахождение углов между токами и напряжениями, делают все соотношения более наглядными.

Рассмотрим частный случай, когда фазные напряжения образуют симметричную систему (симметричный источник).

Построим векторную диаграмму фазных напряжений \dot{U}_A , \dot{U}_B и \dot{U}_C и по ним найдем соответствующие линейные напряжения.

Симметричная система фазных напряжений представляет собой три вектора одинаковой длины, сдвинутые по фазе на 120° друг относительно друга.

Построим векторы линейных напряжений как разности векторов соответствующих фазных напряжений. Например, к вектору \dot{U}_A прибавим вектор $(-\dot{U}_B)$, получим вектор линейного напряжения \dot{U}_{AB} , и так далее для остальных напряжений (рис. 7.6).

Из диаграммы видно, что линейные напряжения также сдвинуты относительно друг друга на 120° (симметричная система) и опережают соответствующие фазные напряжения на угол 30° .

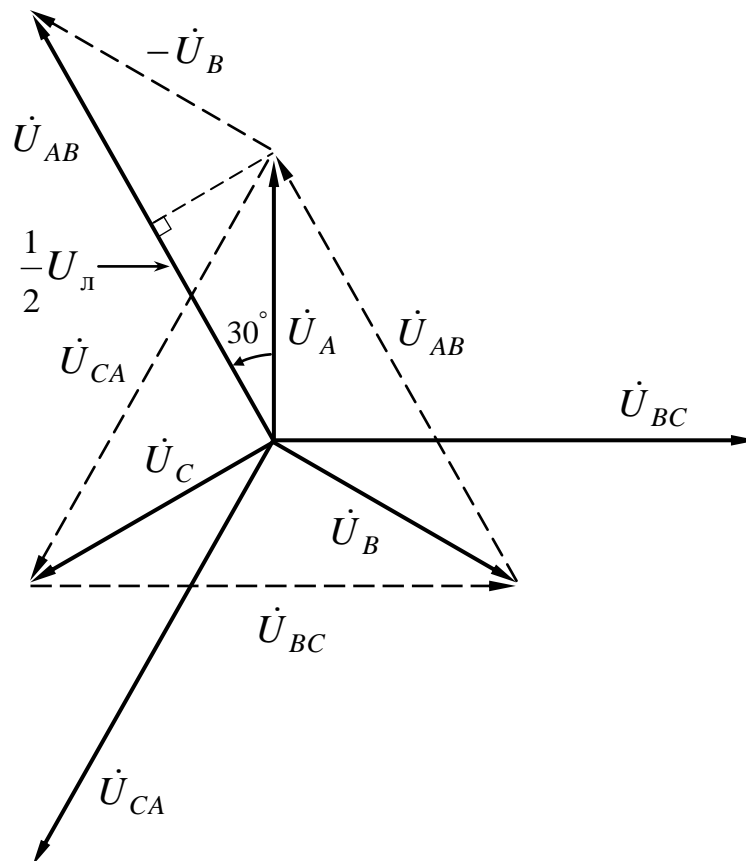
Найдем соотношение модулей $U_{л}$ и $U_{ф}$ для симметричной системы (на примере \dot{U}_{AB} и \dot{U}_A). Для этого из вершины треугольника опустим перпендикуляр на сторону U_{AB} (см. рис. 7.6).

Тогда получим:

$$\frac{1}{2}U_{AB} = U_A \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}U_A \quad \text{или} \quad U_{AB} = \sqrt{3}U_A.$$

Таким образом, в симметричной системе линейное напряжение по модулю в $\sqrt{3}$ раз больше фазного, а по фазе опережает его на угол 30° , т.е.

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A e^{j30^\circ}; \quad \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_B e^{j30^\circ}; \quad \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_C e^{j30^\circ}.$$



Р и с. 7.6

Итак, при соединении звездой в симметричной системе линейные и фазные величины связаны следующими соотношениями:

$$\dot{U}_{\text{л}} = \sqrt{3}\dot{U}_{\text{ф}} e^{j30^\circ}; \quad \dot{I}_{\text{л}} = \dot{I}_{\text{ф}}.$$

Достоинствами соединения звездой являются наличие нулевой точки и два различных напряжения (линейное и фазное), на которые можно подключить нагрузку. Кроме того, отсутствуют уравнительные токи в обмотках генератора при несимметричности его фазных ЭДС.

Трехфазная нагрузка называется *симметричной*, если комплексные сопротивления (проводимости) всех фаз равны:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C \text{ или } \underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C.$$

Если источник и нагрузка симметричны (*симметричный режим трехфазной цепи*), то токи \dot{I}_A , \dot{I}_B и \dot{I}_C равны по величине и сдвинуты на 120° , т.е. также образуют симметричную систему.

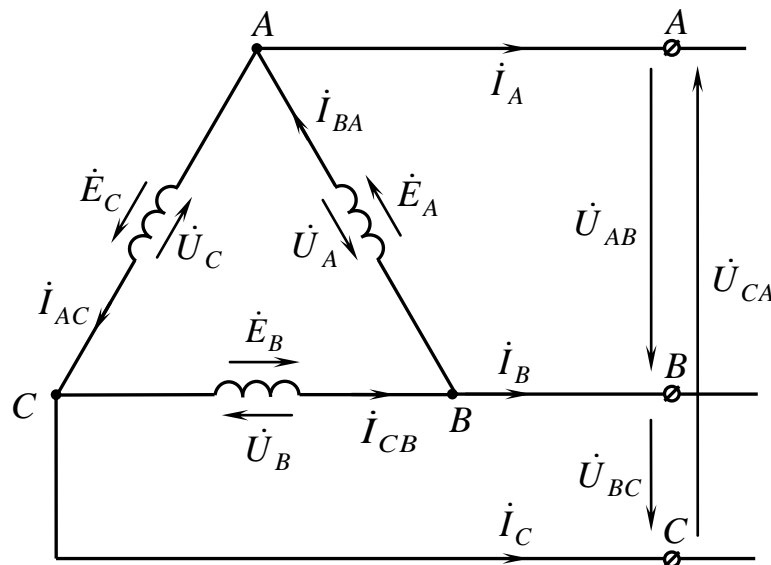
Следовательно, ток в нулевом проводе, равный сумме фазных токов, в *симметричном режиме* равен

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

В этом случае нулевой провод не влияет на режим работы цепи, и его можно убрать. Получим трехфазную систему, соединенную по схеме «звезда – звезда без нулевого провода». По этой схеме обычно соединяются потребители, представляющие собой симметричную нагрузку.

7.2.2. Соединение треугольником

Если конец одной фазы источника (рис.7.7) или нагрузки (рис.7.8) соединим с началом другой ($X - с B$, $Y - с C$, $Z - с A$), то получим соединение треугольником.



Р и с. 7.7

Из схемы (см. рис. 7.7) видно, что

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C,$$

т.е. при соединении треугольником линейные напряжения равны соответствующим фазным напряжениям:

$$\dot{U}_л = \dot{U}_ф.$$

Выразим линейные токи через фазные. Для этого запишем уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов A, B и C (см. рис. 7.7). Получим:

$$\dot{I}_{BA} - \dot{I}_A - \dot{I}_{AC} = 0; \quad \dot{I}_{CB} - \dot{I}_B - \dot{I}_{BA} = 0;$$

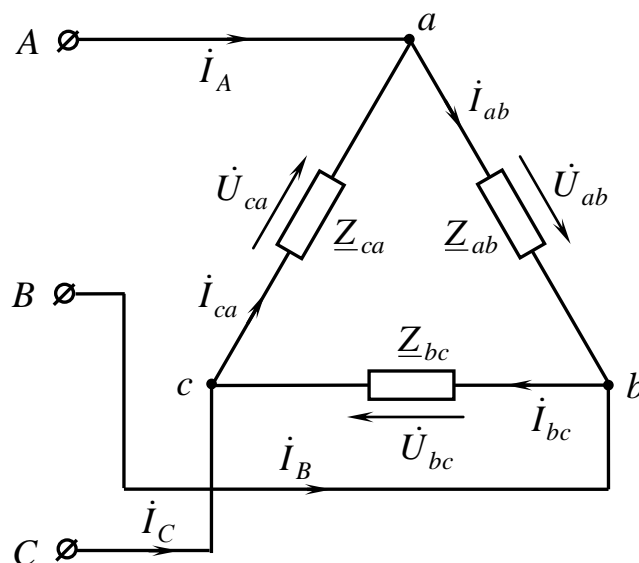
$$\dot{I}_{AC} - \dot{I}_C - \dot{I}_{CB} = 0,$$

откуда имеем

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{BA} - \dot{I}_{AC}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{CB} - \dot{I}_{BA}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{AC} - \dot{I}_{CB}.$$

Из уравнений видно, что в общем случае при соединении треугольником линейный ток равен разности соответствующих фазных токов.

Рассмотрим частный случай симметричного режима (см. рис. 7.8), когда соединенная треугольником нагрузка носит чисто активный характер ($\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = r$).



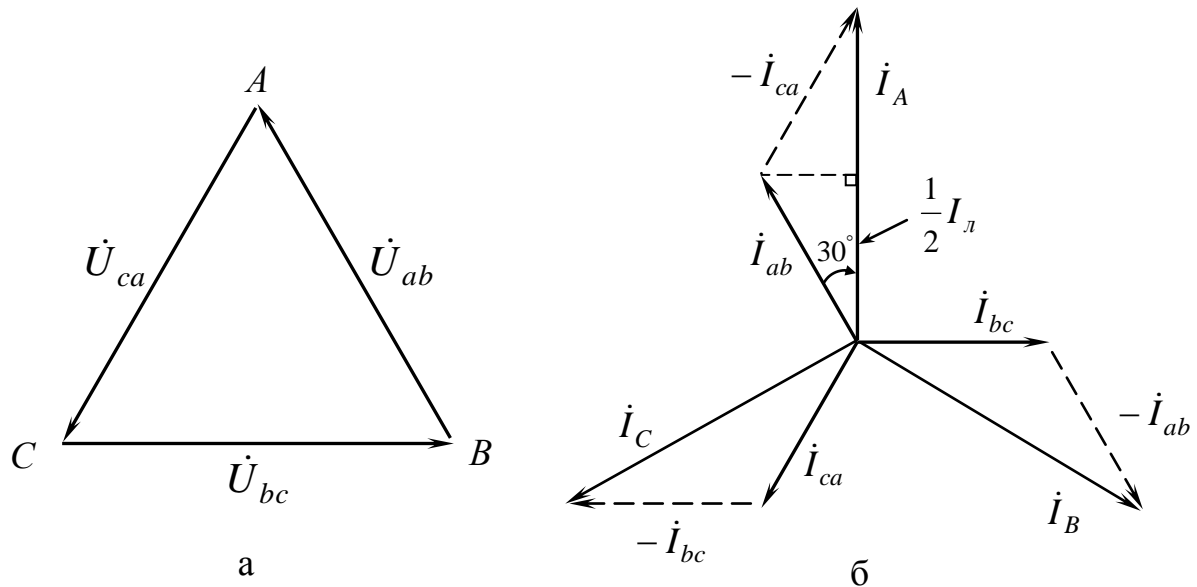
Р и с. 7.8

В этом случае фазные токи в треугольнике совпадают по фазе с соответствующими фазными (линейными) напряжениями и образуют симметричную систему.

При этом линейные токи

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}. \end{aligned}$$

Построим векторную диаграмму напряжений (рис. 7.9, а) и векторную диаграмму токов (рис. 7.9, б).



Р и с. 7.9

Из диаграммы токов видно, что линейный ток отстает от соответствующего фазного тока на угол 30° , при этом линейные токи сдвинуты друг относительно друга на 120° (образуют симметричную систему).

Найдем соотношение модулей I_Δ и I_Φ для симметричной системы при соединении треугольником (на примере \dot{I}_A и \dot{I}_{ab}).

Из вершины треугольника токов на векторной диаграмме (см. рис. 7.9, б) опустим перпендикуляр на \dot{I}_A , получим прямоугольный треугольник.

Из этого треугольника следует, что

$$\frac{1}{2} I_A = I_{ab} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_{ab} \quad \text{или} \quad I_A = \sqrt{3} I_{ab}.$$

Таким образом, при симметричной нагрузке линейный ток по модулю больше фазного в $\sqrt{3}$ раз.

Итак, *при соединении треугольником в симметричном режиме линейные и соответствующие фазные величины связаны соотношениями:*

$$\dot{U}_л = \dot{U}_ф; \quad \dot{I}_л = \sqrt{3} \dot{I}_ф e^{-j30^\circ}.$$

Сумма линейных токов при соединении треугольником в любом режиме равна нулю:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

Следует отметить, что при соединении треугольником обмоток *несимметричного* трехфазного генератора в режиме холостого хода получаем замкнутый контур, в котором действует отличная от нуля суммарная ЭДС:

$$e_A + e_B + e_C \neq 0,$$

под действием которой даже при отключенной нагрузке в обмотках генератора будут протекать уравнительные токи.

Кроме этого, важным свойством соединения треугольником является следующее: если фазные ЭДС в обмотках, соединенных треугольником, симметричны и несинусоидальны (содержат высшие гармоники), то напряжения на зажимах обмоток не содержат гармоник, кратных трем. Обычно стремятся соединить обмотки одной из сторон трансформатора в треугольник с целью погасить гармоники, кратные трем, внутри этой обмотки и не дать им выхода в остальную цепь.

7.3. Расчет трехфазных цепей

Трехфазные цепи являются разновидностью сложных цепей синусоидального тока, и потому расчет и исследование процессов в них производятся теми же методами и приемами. При этом рекомендуется сопровождать расчет построением векторных диаграмм.

7.3.1. Соединение «звезда-звезда»

Соединение по схеме «звезда – звезда» (см. рис. 7.4) можно рассматривать как сложную цепь с двумя узлами, поэтому при расчете целесообразно воспользоваться методом узловых потенциалов (методом двух узлов).

Напряжение между точками $0'$ и 0 (напряжение смещения нейтрали)

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_0}.$$

Комплексные проводимости фаз нагрузки и нулевого провода равны:

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}; \quad \underline{Y}_0 = \frac{1}{\underline{Z}_0}.$$

Дальнейший расчет зависит от того, какой режим имеет место в цепи – симметричный или несимметричный.

1. Расчет трехфазной цепи при симметричном режиме.

Симметричный режим работы трехфазной цепи существует при условии симметричности источника и нагрузки.

Напомним, что симметричной называется нагрузка, комплексы сопротивлений (проводимостей) всех фаз которой равны:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z} \quad \text{или} \quad \underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}.$$

Тогда по методу узловых потенциалов имеем:

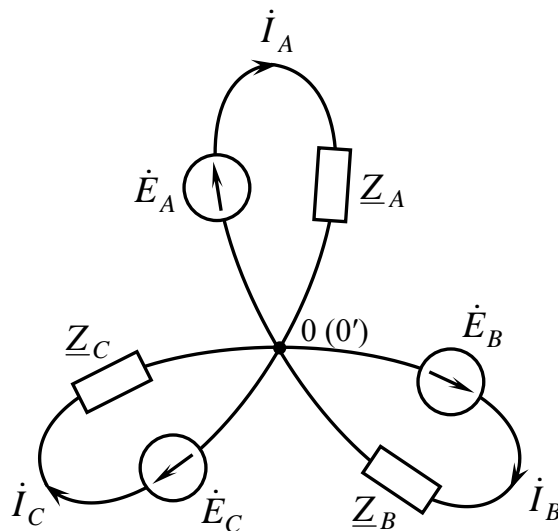
$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_0}.$$

Так как проводимости равны, а $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$ (симметричная система ЭДС), то при симметричном режиме напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\underline{Y}(\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C)}{3\underline{Y} + \underline{Y}_0} = 0.$$

Это означает, что точки 0 и 0' находятся под одним потенциалом, т.е. их можно мысленно объединить в одну точку без изменения режима работы цепи. Наличие или отсутствие нулевого провода в этом случае значения не имеет.

Тогда исходную схему можно представить в виде трех обособленных контуров, имеющих контакт в одной общей точке 0 (0') (рис. 7.10).



Р и с. 7.10

В этих контурах токи существуют независимо друг от друга, и, следовательно, каждую фазу можно рассчитывать отдельно. Так как режим симметричный, достаточно рассчитать все токи и на-

пряжения только в одной фазе (расчет на одну фазу), а соответствующие величины двух других фаз определить путем умножения их на e^{-j120° и e^{-j240° .

В симметричном режиме векторную диаграмму можно построить для величин одной фазы, а для двух остальных все векторы повернуть соответственно на 120° и 240° .

Примечание. Аналогично (см. рис. 7.10) может быть представлена трехфазная цепь и при несимметричном режиме, но только в частном случае, когда сопротивление нулевого провода равно нулю ($Z_0 = 0$). Тогда токи и напряжения рассчитываются в каждой фазе отдельно.

2. Расчет трехфазной цепи при несимметричном режиме.

Несимметричной нагрузкой называется такая нагрузка, когда комплексы сопротивлений (проводимостей) фаз не равны:

$$\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C \quad \text{или} \quad \underline{Y}_A \neq \underline{Y}_B \neq \underline{Y}_C.$$

Следовательно, в несимметричном режиме в общем случае напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_0} \neq 0$$

и между нулевыми точками генератора и потребителя существует напряжение.

Составим уравнения по второму закону Кирхгофа для трех контуров схемы (см. рис. 7.4) с учетом $\dot{U}_{0'0} \neq 0$:

$$\dot{E}_A = \dot{U}_a + \dot{U}_{0'0};$$

$$\dot{E}_B = \dot{U}_b + \dot{U}_{0'0};$$

$$\dot{E}_C = \dot{U}_c + \dot{U}_{0'0}.$$

Найдем фазные напряжения \dot{U}_a , \dot{U}_b и \dot{U}_c на эквивалентных сопротивлениях приемника:

$$\dot{U}_a = \dot{I}_A \underline{Z}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_{0'0};$$

$$\dot{U}_b = \dot{I}_B \underline{Z}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_{0'0};$$

$$\dot{U}_c = \dot{I}_C \underline{Z}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_{0'0}.$$

Зная эти напряжения, найдем линейные (фазные) токи эквивалентной звезды:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_A} = \dot{U}_a \underline{Y}_A;$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_B} = \dot{U}_b \underline{Y}_B;$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_C} = \dot{U}_c \underline{Y}_C.$$

Ток в нулевом проводе по первому закону Кирхгофа равен сумме фазных токов:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Из рассмотренного выше ясно, что наличие напряжения смещения нейтрали приводит к перекосу напряжений на фазах потребителя, что недопустимо.

Введение нулевого провода с сопротивлением \underline{Z}_0 уменьшает напряжение смещения нейтрали и уменьшает «перекос» фазных напряжений потребителя. В предельном случае при $\underline{Z}_0 = 0$ напряжение смещения нейтрали отсутствует и фазные напряжения симметричны.

Таким образом, нулевой провод служит для выравнивания фазных напряжений несимметричного приемника (бытовая нагрузка, осветительная нагрузка и т.д.).

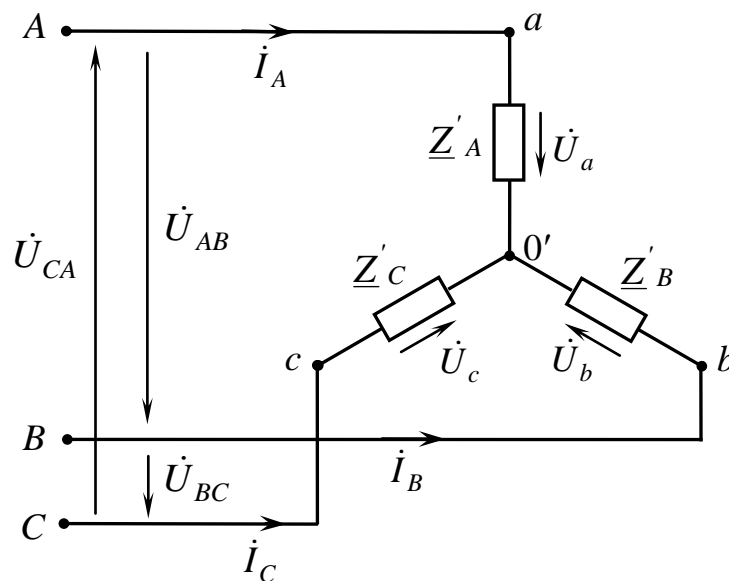
7.3.2. Соединение «звезда-треугольник»

При соединении «звезда-треугольник» в общем случае (наличие сопротивлений $\underline{Z}_{\text{л}}$ в линейных проводах) можно воспользоваться преобразованием треугольника нагрузки (см. рис. 7.8) в эквивалентное соединение звездой [1, 2, 3]:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_A &= \underline{Z}_{ab}\underline{Z}_{ca}/(\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}); \\ \underline{Z}_B &= \underline{Z}_{bc}\underline{Z}_{ab}/(\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}); \\ \underline{Z}_C &= \underline{Z}_{ca}\underline{Z}_{bc}/(\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}).\end{aligned}$$

В результате нагрузка будет представлена эквивалентными сопротивлениями фаз \underline{Z}'_A , \underline{Z}'_B и \underline{Z}'_C (рис. 7.11), в которые войдут и сопротивления линейных проводов:

$$\underline{Z}'_A = \underline{Z}_A + \underline{Z}_{\text{л}}; \quad \underline{Z}'_B = \underline{Z}_B + \underline{Z}_{\text{л}}; \quad \underline{Z}'_C = \underline{Z}_C + \underline{Z}_{\text{л}}.$$



Р и с. 7.11

Таким образом трехфазная цепь приводится к соединению «звезда – звезда без нулевого провода» и дальнейший расчет проводится в соответствии с изложенным в п. 7.3.1. Затем, возвращаясь к исходной схеме с треугольником, с помощью законов Ома и Кирхгофа находим токи и напряжения в ветвях.

В частном случае, когда сопротивления в линейных проводах отсутствуют ($\underline{Z}_л = 0$) или ими можно пренебречь, фазные (они же линейные) напряжения на треугольнике нагрузки (см. рис. 7.8) равны соответствующим линейным напряжениям генератора:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}; \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC}; \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA}.$$

По известным фазным напряжениям \dot{U}_{ab} , \dot{U}_{bc} , \dot{U}_{ca} , на треугольнике с помощью закона Ома находятся фазные токи нагрузки:

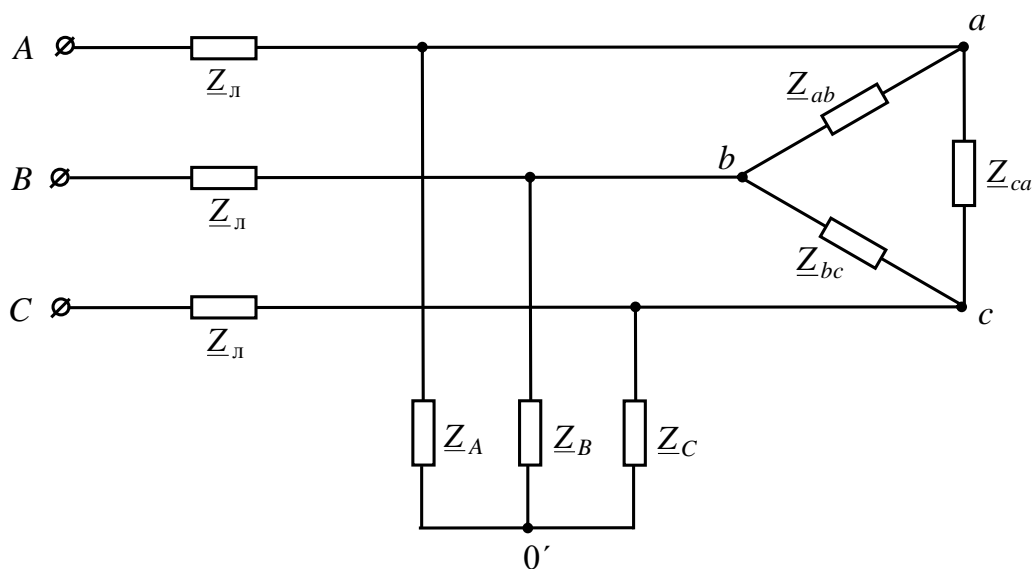
$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}.$$

При известных фазных токах токи в линейных проводах можно найти по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

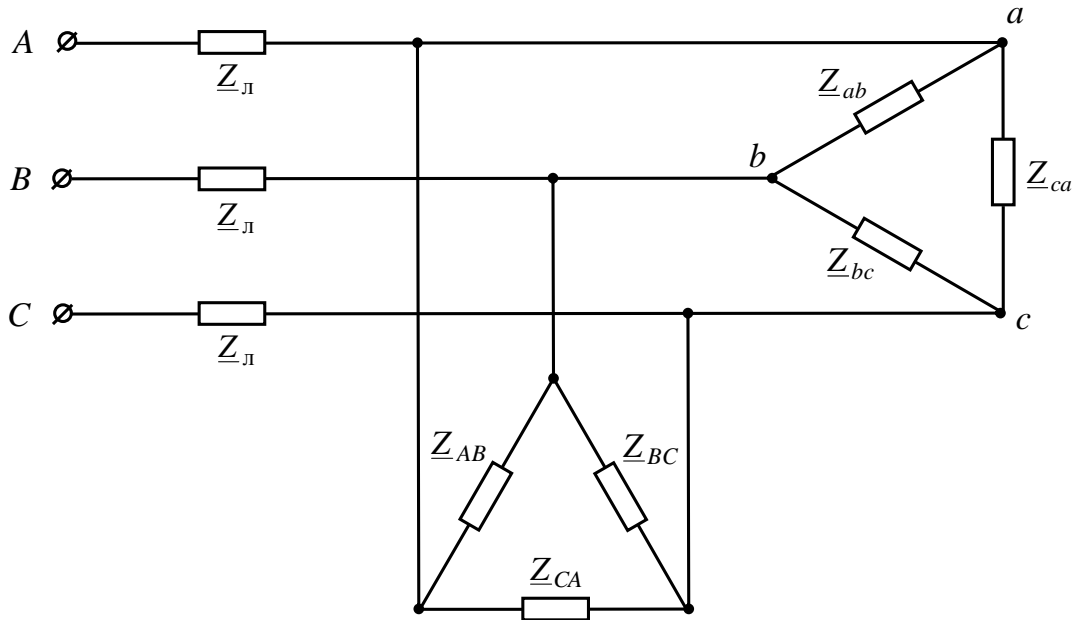
7.3.3. Несколько потребителей с различными схемами соединения

Часто к одному трехфазному генератору подключаются несколько трехфазных потребителей с различными схемами соединения фаз (рис. 7.12).



Р и с. 7.12

В этом случае при расчете цепи соединение звездой преобразуем в эквивалентное соединение треугольником и получаем цепь с двумя потребителями, соединенными треугольником (рис. 7.13).



Р и с. 7.13

Одноименные фазы этих треугольников подключены на одно и то же напряжение, т.е. *соединены параллельно*.

После очевидных преобразований получаем один эквивалентный треугольник нагрузки с сопротивлениями фаз

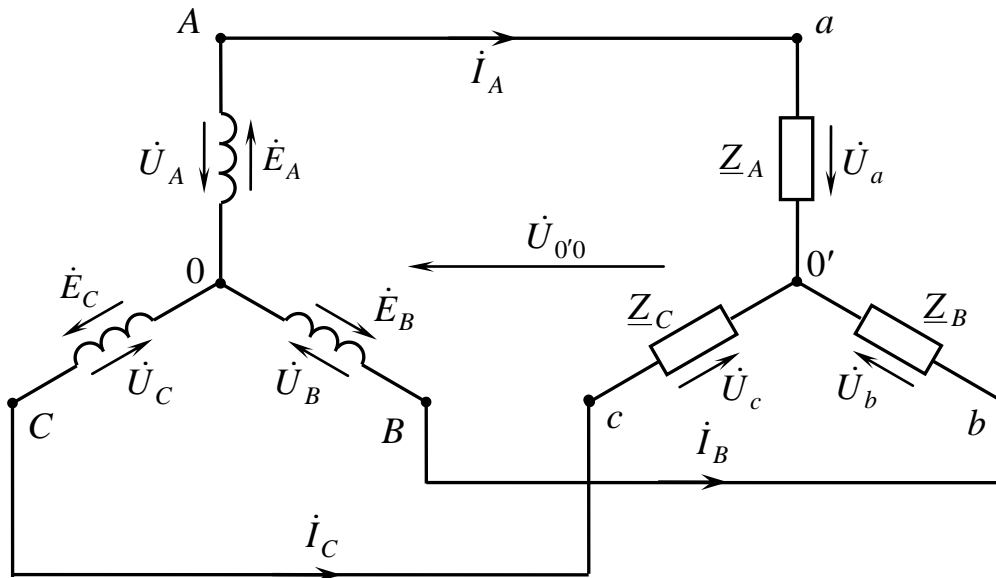
$$\underline{Z}'_{ab} = \frac{\underline{Z}_{ab} \cdot \underline{Z}_{AB}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{AB}}, \quad \underline{Z}'_{bc} = \frac{\underline{Z}_{bc} \cdot \underline{Z}_{BC}}{\underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{BC}}, \quad \underline{Z}'_{ca} = \frac{\underline{Z}_{ca} \cdot \underline{Z}_{CA}}{\underline{Z}_{ca} + \underline{Z}_{CA}}$$

и дальнейший расчет проводим в соответствии с изложенным в п. 7.3.2.

Затем, возвращаясь к исходной схеме, с помощью законов Ома и Кирхгофа находим токи и напряжения в ветвях схемы с несколькими потребителями.

7.4. Аварийные режимы работы трехфазной цепи

Пусть дана цепь, соединенная по схеме «звезда-звезда без нулевого провода» (рис. 7.14).



Р и с. 7.14

Рассмотрим некоторые аварийные режимы работы такой цепи при симметричной нагрузке:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z} \quad \text{или} \quad \underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}.$$

1. Перевернутая фаза генератора.

Например, перепутаны начало и конец фазы A : клемма A ошибочно соединена с нулевой точкой 0 ($-\dot{E}_A$).

Напряжение смещения нейтрали в этом случае будет

$$\begin{aligned} \dot{U}_{0'0} &= \frac{-\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{Y}(-\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C)}{3\underline{Y}} = \\ &= \frac{-\dot{E}_A + (-\dot{E}_A)}{3} = -\frac{2}{3} \dot{E}_A. \end{aligned}$$

Напряжение на нагрузке перевернутой фазы А

$$\dot{U}_a = -\dot{E}_A - \left(-\frac{2}{3}\dot{E}_A\right) = -\frac{1}{3}\dot{E}_A.$$

Напряжения на фазах В и С будут

$$\begin{aligned}\dot{U}_b &= \dot{E}_B - \left(-\frac{2}{3}\dot{E}_A\right) = (-0,5 - j0,866)\dot{E}_A - (-0,667\dot{E}_A) = \\ &= (0,167 - j0,866)\dot{E}_A;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_c &= \dot{E}_C - \left(-\frac{2}{3}\dot{E}_A\right) = (-0,5 + j0,866)\dot{E}_A - 0,667\dot{E}_A = \\ &= (0,167 + j0,866)\dot{E}_A.\end{aligned}$$

Линейные напряжения

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b; \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_b - \dot{U}_c; \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_c - \dot{U}_a.$$

2. *Обрыв одной из фаз нагрузки.*

Например, оборвана фаза А ($\underline{Z}_A = \infty; \underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = 0$).

Напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{Y}(\dot{E}_B + \dot{E}_C)}{2\underline{Y}} = \frac{-\dot{E}_A}{2} = -0,5\dot{E}_A.$$

Напряжение на оборванной фазе приемника

$$\dot{U}_a = \dot{E}_A - \dot{U}_{0'0} = \dot{E}_A - (-0,5\dot{E}_A) = 1,5\dot{E}_A,$$

т.е. в 1,5 раза больше, чем в нормальном режиме.

Напряжения на фазах В и С будут

$$\dot{U}_b = \dot{E}_B - \dot{U}_{0'0} = (-0,5 - j0,866)\dot{E}_A - (-0,5\dot{E}_A) = -j0,866\dot{E}_A;$$

$$\dot{U}_c = \dot{E}_C - \dot{U}_{0'0} = (-0,5 + j0,866)\dot{E}_A - (-0,5\dot{E}_A) = j0,866\dot{E}_A.$$

Включение нулевого провода с сопротивлением $\underline{Z}_0 = 0$ приводит к тому, что напряжение смещения нейтрали становится равным

нулю ($\dot{U}_{0'0} = 0$), а, следовательно, напряжения на фазах приемника будут симметричными и, если пренебречь сопротивлениями линейных проводов, равными фазным ЭДС генератора.

Линейные напряжения

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b = (1,5 + j0,866)\dot{E}_A ;$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_b - \dot{U}_c = -j1,732\dot{E}_A ;$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_c - \dot{U}_a = (-1,5 + j0,866)\dot{E}_A .$$

3. *Короткое замыкание одной из фаз нагрузки.*

Например, закорочена фаза A ($\underline{Z}_A = 0$; $\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \infty$).

Напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \dot{E}_A .$$

Напряжение на закороченной фазе приемника

$$\dot{U}_a = \dot{E}_A - \dot{U}_{0'0} = \dot{E}_A - \dot{E}_A = 0 .$$

Напряжения на фазах B и C нагрузки

$$\dot{U}_b = \dot{E}_B - \dot{U}_{0'0} = (-0,5 - j0,866)\dot{E}_A - \dot{E}_A = (-1,5 - j0,866)\dot{E}_A ;$$

$$\dot{U}_c = \dot{E}_C - \dot{U}_{0'0} = (-0,5 + j0,866)\dot{E}_A - \dot{E}_A = (-1,5 + j0,866)\dot{E}_A .$$

Линейные напряжения

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b = (1,5 + j0,866)\dot{E}_A ;$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_b - \dot{U}_c = -j1,732\dot{E}_A ;$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_c - \dot{U}_a = (-1,5 + j0,866)\dot{E}_A .$$

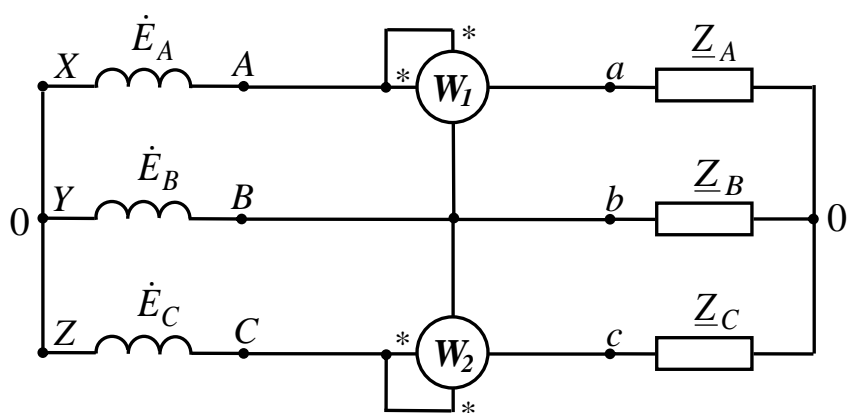
7.5. Мощности трехфазной системы

Активная мощность трехфазной системы есть сумма активных мощностей отдельных фаз и активной мощности в сопротивлении нулевого провода:

$$P = P_A + P_B + P_C + P_0 = \\ = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C + P_0.$$

Для измерения активной мощности трехфазной системы в общем случае (несимметричный режим и наличие нулевого провода) надо включить три ваттметра на фазный ток и фазное напряжение – по одному на каждую фазу.

В случае отсутствия нулевого провода или $\dot{I}_0 = 0$ измерение активной мощности может быть осуществлено по схеме двух ваттметров (рис. 7.15). Алгебраическая сумма показаний ваттметров в этой схеме равна активной мощности всей трехфазной цепи.



Р и с. 7.15

В случае симметричного режима активные мощности всех фаз равны:

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi.$$

Следовательно, в симметричном режиме достаточно измерить (рассчитать) активную мощность одной фазы, а результат умножить на три.

В паспорте трехфазных потребителей обычно указываются линейные величины ($U_{\text{л}}$ и $I_{\text{л}}$) как максимально допустимые, поэтому часто используют выражение мощности через линейные ток и напряжение:

$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 3 \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} I_{\text{л}} \cos \varphi_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi_{\phi}.$$

Аналогичным образом можно рассчитать реактивную Q и полную S мощности трехфазной цепи.

В общем случае

$$\begin{aligned} Q &= Q_A + Q_B + Q_C + Q_0 = \\ &= U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C + Q_0; \\ S &= S_A + S_B + S_C + S_0 = U_A I_A + U_B I_B + U_C I_C + S_0. \end{aligned}$$

Для случая симметричного режима

$$\begin{aligned} Q &= 3Q_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi_{\phi}; \\ S &= 3S_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I. \end{aligned}$$

Многофазные системы, мгновенное значение мощности в которых не зависит от времени, называются *уравновешенными*. Уравновешенность является весьма важным качеством многофазной системы. Например, момент на валу трехфазного генератора при этом остается постоянным, а не пульсирует с двойной частотой, как это имеет место в однофазном генераторе.

Трехфазная система при симметричном режиме является уравновешенной:

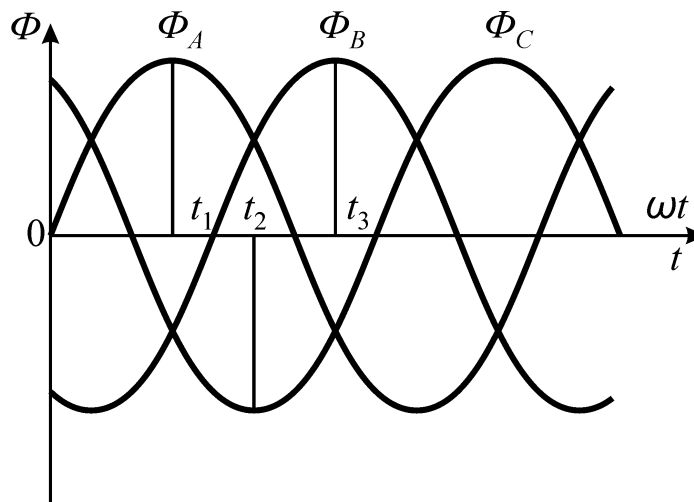
$$p = p_A + p_B + p_C = P = \text{const}.$$

7.6. Вращающееся магнитное поле

Вращающееся магнитное поле лежит в основе принципа действия трехфазных машин переменного тока (генераторов, двигателей).

Пусть по обмотке статора протекает трехфазный симметричный синусоидальный ток.

Положим, что ток i и магнитный поток Φ совпадают по фазе. Графики изменения мгновенных значений потоков трехфазного генератора показаны на рис. 7.16.



Р и с. 7.16

Условимся положительный магнитный поток изображать вектором, направленным от центра диаграммы, а отрицательный — к ее центру.

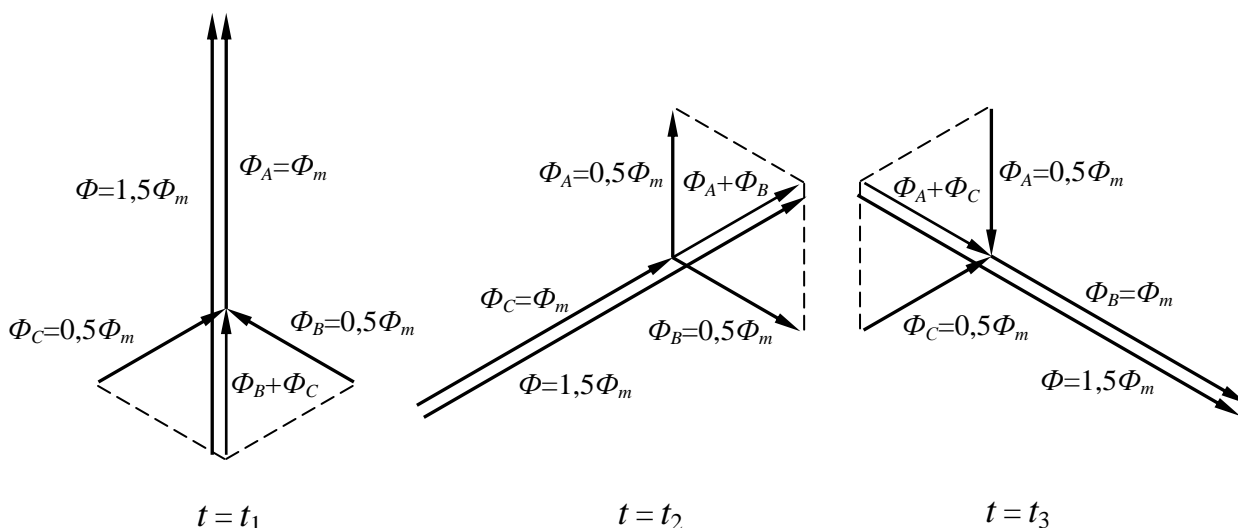
Рассмотрим три момента времени t_1 , t_2 и t_3 , сдвинутые на $\frac{1}{3}$ периода T , т.е. на $\frac{1}{3}$ оборота вала ротора (120°).

В момент времени t_1 магнитный поток фазы Φ_A максимальный и положительный, а два других потока отрицательные и равны $0,5\Phi_m$ каждый.

В момент времени t_2 магнитный поток фазы Φ_C максимальный и отрицательный, а два других потока положительные и равны $0,5\Phi_m$ каждый.

В момент времени t_3 магнитный поток фазы Φ_B максимальный и положительный, а два других потока отрицательные и равны $0,5\Phi_m$ каждый.

В статоре электрической машины в любой момент времени существует сумма этих трех магнитных потоков. Тогда для рассматриваемых моментов времени имеем следующие пространственные диаграммы потоков (рис. 7.17).



Р и с. 7.17

Из диаграмм видно, что суммарный рабочий поток Φ остается постоянным по величине. Он в 1,5 раза больше максимального потока фазы и меняется по направлению, т.е. является вращающимся потоком.

Причем, за время $t = \frac{1}{3}T$ (от t_1 до t_3) магнитный поток поворачивается на угол 120° ($\frac{1}{3}$ оборота). Следовательно, за период T магнитное поле сделает один оборот.

Число периодов в секунду есть частота, следовательно, скорость вращения магнитного поля будет

$$n = f \text{ (об/с)}$$

$$\text{или } n = 60f \text{ (об/мин)}.$$

Направление вращения магнитного поля определяется порядком следования фаз (A, B, C). Если поменять местами две фазы, получим обратный порядок следования фаз (A, C, B). При этом магнитное поле будет вращаться в обратную сторону. Это обстоятельство используется для реверсирования асинхронного двигателя.

Если обмотку статора выполнить многополюсной, т.е. вместо трех обмоток взять шесть и сдвинуть их на 60° , то поле будет вращаться в два раза медленнее. В общем случае при p пар полюсов скорость, об/мин,

$$n = \frac{60f}{p}.$$

Таким образом, меняя число пар полюсов p , получим различные скорости вращения поля статора (табл. 7.1).

Таблица 7.1

p	1	2	3	4	5	6
n , об/мин	3000	1500	1000	750	600	500

Это шкала синхронных скоростей. Ротор асинхронного двигателя вращается с некоторым отставанием от поля статора. Это отставание характеризуется скольжением двигателя. Например, при $p = 2$ скорость ротора будет приблизительно 1450 об/мин, причем с увеличением тормозного момента (нагрузки) эта скорость будет незначительно уменьшаться.

Вопросы для самопроверки

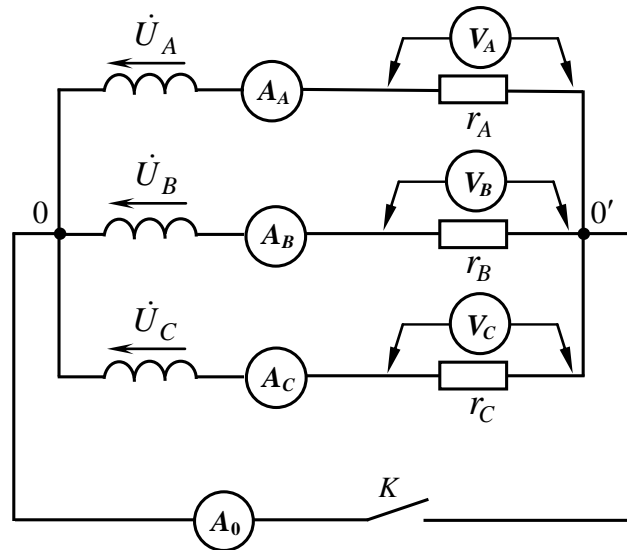
1. Объясните устройство и принцип действия трехфазного генератора.
2. Что такое симметричная система ЭДС (напряжений, токов)?
3. Какая трехфазная система называется несвязанной?
4. Преимущество и недостатки трехфазной несвязанной системы.
5. Какое соединение называется «звезда»?
6. Какое напряжение называется фазным?
7. Какое напряжение называется линейным?
8. Какой ток называется фазным током?
9. Какой ток называется линейным током?
10. Как подсчитать ток нулевого провода?
11. Какую роль играет нулевой (нейтральный) провод?
12. В каких случаях находят применение трехпроводная и четырехпроводная системы при соединении приемника звездой?
13. Как связаны линейные и фазные напряжения при соединении звездой?
14. Как связаны линейные и фазные токи при соединении звездой?
15. Какое соединение называется «треугольник»?
16. Как связаны линейные и фазные напряжения при соединении треугольником?
17. Как связаны линейные и фазные токи при соединении треугольником?
18. Почему фазы генератора обычно соединяют звездой, а не треугольником?
19. Какая нагрузка трехфазной цепи называется симметричной?
20. Что понимают под активной, реактивной и полной мощностями в трехфазных электрических цепях?
21. Как измеряется активная мощность трехфазной цепи? В каком случае применима схема с двумя ваттметрами?
22. Порядок расчета трехфазной цепи при симметричном режиме?
23. Порядок расчета трехфазной цепи при несимметричном режиме?
24. Для чего необходимо знать порядок следования фаз трехфазной системы?
25. Как подсчитать скорость вращения магнитного поля?
26. Как зависит скорость вращения магнитного поля от числа пар полюсов p ?



РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

Задача 3.1

Рассчитать схему электроснабжения трехфазного потребителя, состоящую из симметричного источника питания с линейным напряжением $U_{\text{л}}$ и трех однофазных потребителей с сопротивлениями r_A , r_B и r_C (рис. 3.1.1).



Р и с. 3.1.1

Определить линейные токи, напряжения на фазах потребителя, напряжение смещения нейтрали, ток нулевого провода, показания всех приборов, а также активные мощности отдельных фаз и всей системы для двух режимов:

- нулевой провод отключен;
- нулевой провод включен.

Пример решения задачи 3.1

Рассчитаем схему электроснабжения трехфазного потребителя (см. рис. 3.1.1), состоящую из симметричного источника питания с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 380$ В и трех однофазных потребителей с сопротивлениями $r_A = 10$ Ом, $r_B = 2$ Ом и $r_C = 2,5$ Ом.

Нулевой провод отключен (ключ К разомкнут).

1. Определяем проводимости фаз нагрузки:

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{r_A} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{r_B} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{r_C} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ См.}$$

2. Определяем напряжение смещения нейтрали.

Так как источник симметричный, при соединении его обмоток звездой фазное напряжение в $\sqrt{3}$ раз меньше линейного по величине, т.е. $U_\phi = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$, а по фазе фазные напряжения источника сдвинуты друг относительно друга на угол 120° .

С учетом того, что фазные ЭДС источника равны его фазным напряжениям, а также условно принимая начальную фазу напряжения на фазе A источника равной нулю, находим напряжение смещения нейтрали:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{0'0} &= \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{220 \cdot 0,1 + 220e^{-j120^\circ} \cdot 0,5 + 220e^{j120^\circ} \cdot 0,4}{0,1 + 0,5 + 0,4} = \\ &= \frac{220 \cdot 0,1 + 220 \cdot (-0,5 - j0,866) \cdot 0,5 + 220 \cdot (-0,5 + j0,866) \cdot 0,4}{0,1 + 0,5 + 0,4} = \\ &= \frac{22 + (-110 - j190,5) \cdot 0,5 + (-110 + j190,5) \cdot 0,4}{1} = -77 - j19,1 \text{ В.} \end{aligned}$$

3. Напряжения на фазах приемника находим по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{0'0} = 220 - (-77 - j19,1) = 297 + j19,1 \text{ В};$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{0'0} = 220 \cdot (-0,5 - j0,866) + 77 + j19,1 = -33 - j171,4 \text{ В};$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{0'0} = 220 \cdot (-0,5 + j0,866) + 77 + j19,1 = -33 + j209,6 \text{ В.}$$

4. Определяем показания вольтметров.

Вольтметры включены на фазные напряжения нагрузки, действующие значения которых равны:

$$U_1 = U'_A = \sqrt{297^2 + 19,1^2} = \sqrt{88209 + 364,81} = \sqrt{88573,81} = 297,6 \text{ В};$$

$$U_2 = U'_B = \sqrt{33^2 + 171,4^2} = \sqrt{1089 + 29377,96} = \sqrt{30466,96} = 174,55 \text{ В};$$

$$U_3 = U'_C = \sqrt{33^2 + 209,6^2} = \sqrt{1089 + 43932,16} = \sqrt{45021,16} = 212,2 \text{ В}.$$

5. Определяем показания амперметров.

Действующие значения токов в фазах потребителя (и в линейных проводах) по закону Ома соответственно равны:

$$I_A = U_1 Y_A = 297,6 \cdot 0,1 = 29,76 \text{ А};$$

$$I_B = U_2 Y_B = 174,55 \cdot 0,5 = 87,28 \text{ А};$$

$$I_C = U_3 Y_C = 212,2 \cdot 0,4 = 84,88 \text{ А}.$$

6. Комплексы линейных (фазных) токов равны:

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A \underline{Y}_A = (297 + j19,1) \cdot 0,1 = 29,7 + j1,91 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}'_B \underline{Y}_B = (-33 - j171,4) \cdot 0,5 = -16,5 - j85,7 \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}'_C \underline{Y}_C = (-33 + j209,6) \cdot 0,4 = -13,2 + j83,84 \text{ А}.$$

7. Активные мощности фаз нагрузки:

$$P_A = I_A^2 R_A = 29,76^2 \cdot 10 = 8820,9 \text{ Вт};$$

$$P_B = I_B^2 R_B = 87,28^2 \cdot 2 = 15235,59 \text{ Вт};$$

$$P_C = I_C^2 R_C = 84,88^2 \cdot 2,5 = 18011,54 \text{ Вт}.$$

Активная мощность всей цепи равна сумме активных мощностей отдельных фаз:

$$P = P_A + P_B + P_C = 42068,03 \text{ Вт}.$$

Нулевой провод включен (ключ К замкнут).

При включенном нулевом проводе с сопротивлением, равным нулю, потенциалы нулевых точек источника и нагрузки равны и напряжение смещения нейтрали равно нулю ($\dot{U}_{0'0} = 0$).

Следовательно, в этом режиме напряжения на фазах потребителя равны фазным напряжениям генератора, т.е.

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A = 220 \text{ В},$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B = 220e^{-j120^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

1. Комплексы токов в фазах:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A \underline{Y}_A = 220 \cdot 0,1 = 22 \text{ А};$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_B &= \dot{U}_B \underline{Y}_B = 220 \cdot (-0,5 - j0,866) \cdot 0,5 = \\ &= (-110 - j190,5) \cdot 0,5 = -55 - j95,25 \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_C &= \dot{U}_C \underline{Y}_C = 220 \cdot (-0,5 + j0,866) \cdot 0,4 = \\ &= (-110 + j190,5) \cdot 0,4 = -44 + j76,2 \text{ А}. \end{aligned}$$

2. Действующие значения токов в фазах и в линейных проводах (показания амперметров в линейных проводах):

$$I_A = U_A Y_A = 220 \cdot 0,1 = 22 \text{ А};$$

$$I_B = U_B Y_B = 220 \cdot 0,5 = 110 \text{ А};$$

$$I_C = U_C Y_C = 220 \cdot 0,4 = 88 \text{ А}.$$

3. Ток нулевого провода равен сумме фазных токов:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 22 - 55 - j95,25 - 44 + j76,2 = -77 - j19,05 \text{ А}.$$

Действующее значение этого тока (показание амперметра в нулевом проводе)

$$I_0 = \sqrt{77^2 + 19,05^2} = \sqrt{5929 + 362,9} = \sqrt{6291,9} = 79,3 \text{ А.}$$

4. Активные мощности фаз нагрузки:

$$P_A = I_A^2 R_A = 22^2 \cdot 10 = 4840 \text{ Вт;}$$

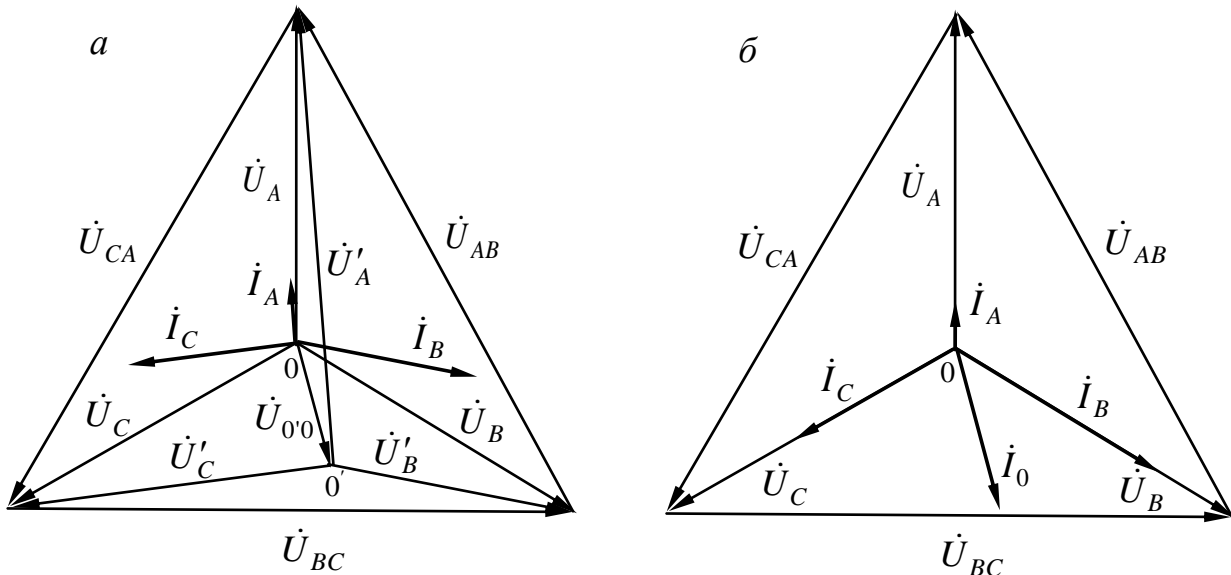
$$P_B = I_B^2 R_B = 110^2 \cdot 2 = 24200 \text{ Вт;}$$

$$P_C = I_C^2 R_C = 88^2 \cdot 2,5 = 19360 \text{ Вт.}$$

Активная мощность всей цепи

$$P = P_A + P_B + P_C = 48400 \text{ Вт.}$$

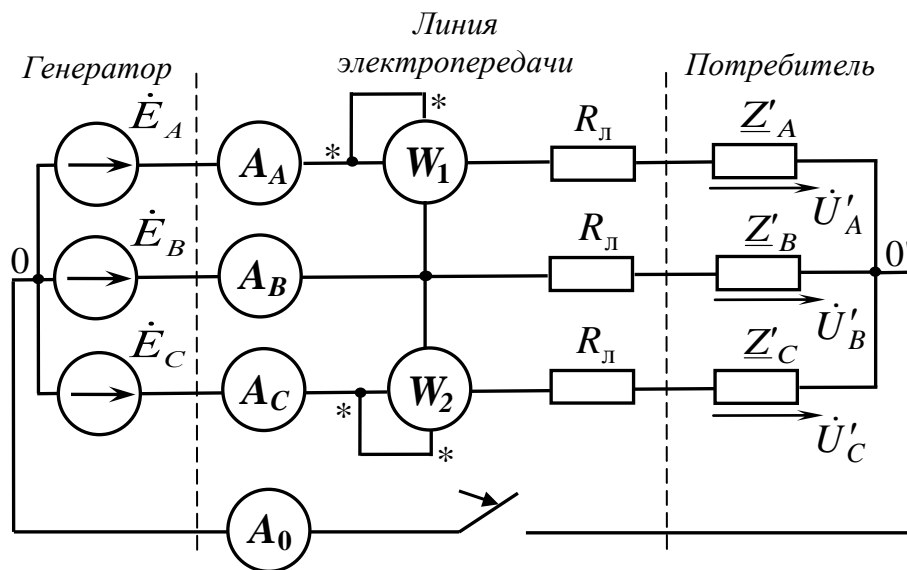
5. Строим векторные диаграммы напряжений и токов для режимов без нулевого провода (рис. 3.1.2, а) и с нулевым проводом (рис. 3.1.2, б).



Р и с. 3.1.2

Задача 3.2

Рассчитать схему электроснабжения трехфазного потребителя, состоящую из симметричного источника питания с линейным напряжением $U_{\text{л}}$ и трех однофазных потребителей с сопротивлениями Z'_A , Z'_B и Z'_C , соединенных с источником посредством линии передачи с сопротивлением $R_{\text{л}}$ (рис. 3.2.1).



Р и с. 3.2.1

Определить линейные токи, напряжения на фазах потребителя \dot{U}'_A , \dot{U}'_B , \dot{U}'_C , ток в нулевом проводе и мощности отдельных фаз и всей системы в трех режимах:

- а) симметричная нагрузка, сопротивления всех трех фаз потребителя чисто индуктивные;
- б) несимметричная нагрузка без нулевого провода;
- в) несимметричная нагрузка с нулевым проводом.

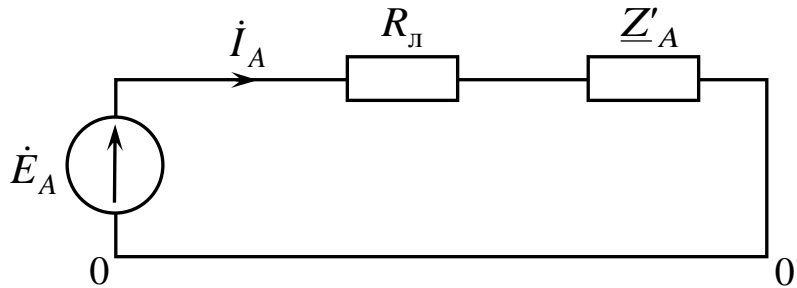
Для всех трех режимов построить векторные диаграммы.

Пример решения задачи 3.2

а) Расчёт симметричного режима.

Дано: линейное напряжение источника $U_{\text{л}} = 173$ В, сопротивление линии $R_{\text{л}} = 10$ Ом, нагрузки $\underline{Z}'_A = \underline{Z}'_B = \underline{Z}'_C = j20$ Ом.

Расчет симметричного режима выполняется для одной фазы – например, фазы A (рис. 3.2.2).



Р и с. 3.2.2

1. Напряжение фазы A генератора (его начальную фазу условно полагаем равной нулю):

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A = U_A = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{173}{1,73} = 100 \text{ В.}$$

2. Комплексное сопротивление фазы:

$$\underline{Z}_A = R_{\text{л}} + \underline{Z}'_A = 10 + j20 = \sqrt{10^2 + 20^2} e^{j \arctg \frac{20}{10}} = 22,36 e^{j63,4^\circ} \text{ Ом.}$$

3. Линейный (фазный) ток:

$$\dot{i}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{100}{22,36 e^{j63,4^\circ}} = 4,47 e^{-j63,4^\circ} \text{ А.}$$

4. Падение напряжения на линейном проводе:

$$\Delta \dot{U}_{\text{л}A} = R_{\text{л}} \dot{i}_A = 10 \cdot 4,47 e^{-j63,4^\circ} = 44,7 e^{-j63,4^\circ} \text{ В.}$$

5. Напряжение на фазе A потребителя:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_A = \underline{Z}'_A \dot{i}_A &= j20 \cdot 4,47 e^{-j63,4^\circ} = 20 e^{j90^\circ} \cdot 4,47 e^{-j63,4^\circ} = \\ &= 95,4 e^{j26,6^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

6. Линейное напряжение потребителя:

$$\dot{U}'_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}'_A e^{j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot 95,4 e^{j26,6^\circ} e^{j30^\circ} = 165 e^{j56,6^\circ} \text{ В.}$$

7. Линейные (фазные) токи в двух других фазах:

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 4,47 e^{-j63,4^\circ} e^{-j120^\circ} = 4,47 e^{-j183,4^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A e^{-j240^\circ} = 4,47 e^{-j303,4^\circ} \text{ А.}$$

8. Падения напряжения на линейных проводах:

$$\Delta \dot{U}'_{лB} = \Delta \dot{U}'_{лA} e^{-j120^\circ} = 44,7 e^{-j63,4^\circ} e^{-j120^\circ} = 44,7 e^{-j183,4^\circ} \text{ В;}$$

$$\Delta \dot{U}'_{лC} = \Delta \dot{U}'_{лA} e^{-j240^\circ} = 44,7 e^{-j63,4^\circ} e^{-j240^\circ} = 44,7 e^{-j303,4^\circ} \text{ В.}$$

9. Фазные напряжения на двух других фазах потребителя:

$$\dot{U}'_B = \dot{U}'_A e^{-j120^\circ} = 95,4 e^{j26,6^\circ} e^{-j120^\circ} = 95,4 e^{-j93,4^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}'_A e^{-j240^\circ} = 95,4 e^{j26,6^\circ} e^{-j240^\circ} = 95,4 e^{-j213,4^\circ} \text{ В.}$$

10. Линейные напряжения потребителя:

$$\dot{U}'_{BC} = \dot{U}'_{AB} e^{-j120^\circ} = 165 e^{-j63,4^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}'_{CA} = \dot{U}'_{AB} e^{-j240^\circ} = 165 e^{-j303,4^\circ} \text{ В.}$$

11. При симметричной нагрузке ток нулевого провода, если он подключен, равен нулю:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

12. Комплексная мощность трехфазного генератора

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{ист}} &= \dot{E}_A^* \dot{I}_A + \dot{E}_B^* \dot{I}_B + \dot{E}_C^* \dot{I}_C = \\ &= 100 \cdot 4,47 e^{j63,4^\circ} + 100 e^{-j120^\circ} \cdot 4,47 e^{j183,4^\circ} + 100 e^{j120^\circ} \cdot 4,47 e^{j303,4^\circ} = \\ &= 3 \cdot 447 e^{j63,4^\circ} = 1341 e^{j63,4^\circ} = 1341(\cos 63,4^\circ + j \sin 63,4^\circ) = \\ &= 600,4 + j1199,1 \text{ ВА.} \end{aligned}$$

Здесь \dot{I}_A^* , \dot{I}_B^* и \dot{I}_C^* – сопряжённые комплексы соответствующих токов.

Активная мощность, вырабатываемая генератором, равна

$$P_{\text{ист}} = \operatorname{Re}[\tilde{S}] = \operatorname{Re}[600,4 + j1199,1] = 600,4 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность, вырабатываемая генератором, равна

$$Q_{\text{ист}} = \operatorname{Im}[\tilde{S}] = \operatorname{Im}[600,4 + j1199,1] = 1199,1 \text{ ВАр.}$$

13. Активная мощность, потребляемая фазой цепи (с учетом сопротивления линейного провода):

$$P_{\phi} = P_A = P_B = P_C = I_A^2 R_{\text{л}} = 4,47^2 \cdot 10 = 200 \text{ Вт.}$$

Активная мощность, потребляемая трехфазной цепью:

$$P_{\text{потр}} = 3P_{\phi} = 3 \cdot 200 = 600 \text{ Вт.}$$

Реактивные мощности фаз цепи:

$$Q_{\phi} = Q_A = Q_B = Q_C = I_A^2 x_L = 4,47^2 \cdot 20 = 400 \text{ ВАр.}$$

Реактивная мощность трехфазного потребителя:

$$Q_{\text{потр}} = 3Q_{\phi} = 3 \cdot 400 = 1200 \text{ ВАр.}$$

14. Баланс по активным мощностям:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}},$$

$$600,4 \text{ Вт} = 600 \text{ Вт};$$

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{потр}}|}{P_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|600,4 - 600|}{600,4} \cdot 100\% = 0,07\%.$$

Баланс по реактивным мощностям:

$$Q_{\text{ист}} = Q_{\text{потр}};$$

$$1199,1 \text{ ВАр} = 1200 \text{ ВАр.}$$

$$\delta_Q = \frac{|Q_{\text{ист}} - Q_{\text{потр}}|}{Q_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|1199,1 - 1200|}{1199,1} \cdot 100\% = 0,08\%.$$

15. Показания ваттметров:

$$P_1 = \operatorname{Re}[\dot{U}_{AB} \dot{I}_A^*] = \operatorname{Re}[173e^{j30^\circ} \cdot 4,47e^{j63,4^\circ}] = \operatorname{Re}[773,3e^{j93,4^\circ}] = \\ = \operatorname{Re}[773,3\cos 93,4^\circ + j773,3\sin 93,4^\circ] = \\ = \operatorname{Re}[-45,86 + j771,9] = -45,86 \text{ Вт.}$$

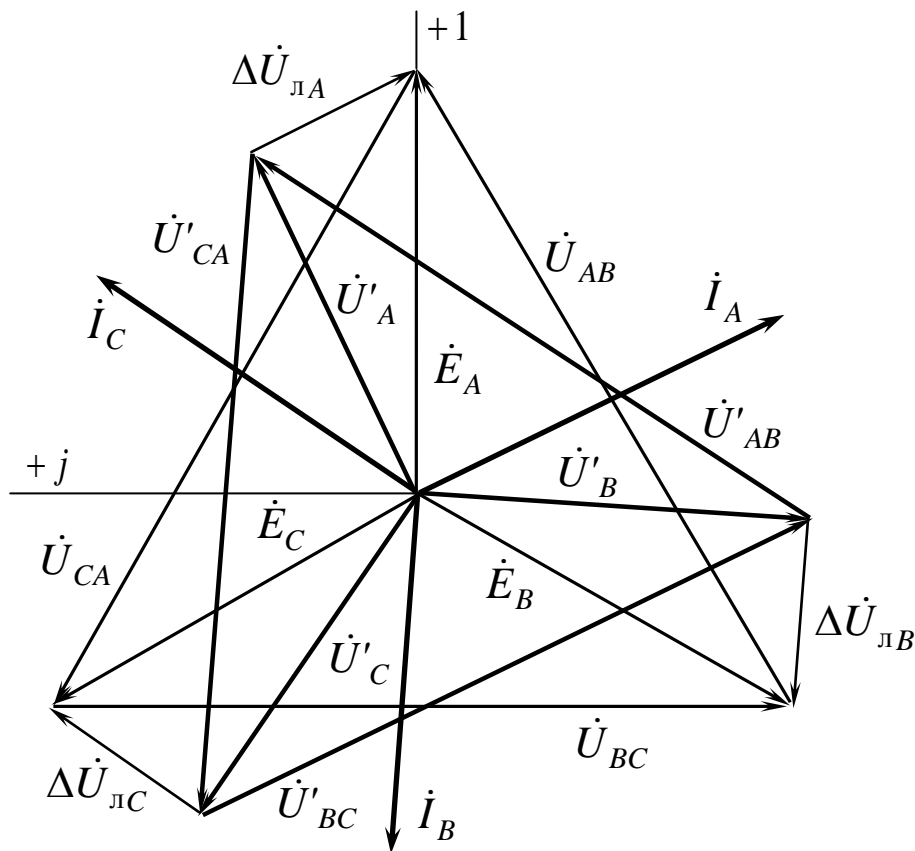
$$P_2 = \operatorname{Re}[\dot{U}_{CB} \dot{I}_C^*] = \operatorname{Re}[173e^{-j90^\circ+180^\circ} \cdot 4,47e^{j303,4^\circ}] = \\ = \operatorname{Re}[773,3e^{j33,4^\circ}] = \operatorname{Re}[773,3\cos 33,4^\circ + j773,3\sin 33,4^\circ] = \\ = \operatorname{Re}[645,59 - j425,7] = 645,59 \text{ Вт.}$$

Сумма показаний двух ваттметров:

$$P = P_1 + P_2 = -45,86 + 645,59 = 599,73 \text{ Вт.}$$

Таким образом, сумма показаний двух ваттметров в симметричном режиме равна активной мощности всей трехфазной цепи.

16. Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рис. 3.2.3.



Р и с. 3.2.3

Порядок построения векторной диаграммы.

Выбираем масштаб по напряжению и масштаб по току.

По направлению вещественной оси комплексной плоскости в масштабе напряжений откладываем комплекс \dot{E}_A . Затем от него под углом 120° по часовой стрелке откладываем вектор \dot{E}_B , а под углом 240° по часовой стрелке – вектор \dot{E}_C . Получаем диаграмму фазных ЭДС (фазных напряжений) генератора. Соединив вершины полученной трехлучевой звезды векторами \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} , получим векторную диаграмму линейных напряжений генератора.

Из начала координат под углом $26,6^\circ$ против часовой стрелки от вещественной оси откладываем комплекс фазного напряжения приемника \dot{U}'_A . Под углами 120° и 240° от него в сторону отставания (по часовой стрелке) откладываем соответственно вектора фазных напряжений \dot{U}'_B и \dot{U}'_C . Получаем диаграмму фазных напряжений приемника. Соединив концы этих векторов, получим векторную диаграмму линейных напряжений приемника \dot{U}'_{AB} , \dot{U}'_{BC} и \dot{U}'_{CA} .

Соединив конец вектора \dot{U}'_A с \dot{E}_A , конец \dot{U}'_B с \dot{E}_B , а конец \dot{U}'_C с \dot{E}_C , получим векторы падений напряжения на сопротивлениях линии электропередачи.

От вещественной оси под углом $63,4^\circ$ по часовой стрелке откладываем в масштабе токов вектор тока фазы A \dot{I}_A . Под углами 120° и 240° от \dot{I}_A в сторону отставания откладываем соответственно токи \dot{I}_B , \dot{I}_C . Получаем векторную диаграмму токов.

При правильном построении векторной диаграммы должны соблюдаться следующие условия:

- так как сопротивления линии передачи носят чисто активный характер, векторы падения напряжения на них должны быть параллельны (совпадать по фазе) с соответствующими токами ($\Delta\dot{U}_{лA}$ с \dot{I}_A , $\Delta\dot{U}_{лB}$ с \dot{I}_B , $\Delta\dot{U}_{лC}$ с \dot{I}_C);

- так как нагрузка в фазах чисто индуктивная, токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ должны отставать от соответствующих фазных напряжений $\dot{U}'_A, \dot{U}'_B, \dot{U}'_C$ на угол 90° .

б) Расчет трехфазной цепи при несимметричной нагрузке без нулевого провода.

Дано: линейное напряжение источника $U_{\text{л}} = 173 \text{ В}$, сопротивление линии передачи $R_{\text{л}} = 10 \text{ Ом}$, сопротивления фаз потребителя $\underline{Z}'_A = R_A = 20 \text{ Ом}$, $\underline{Z}'_B = jx_L = j20 \text{ Ом}$, $\underline{Z}'_C = -jx_C = -j30 \text{ Ом}$.

1. Комплексы действующих значений фазных ЭДС будут:

$$\dot{E}_A = E = 100 \text{ В}; \quad \dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j120^\circ} = 100e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_A e^{-j240^\circ} = \dot{E}_A e^{j120^\circ} = 100e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

2. Эквивалентные комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_A = R_{\text{л}} + R_A = 10 + 20 = 30 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = R_{\text{л}} + jx_L = 10 + j20 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = R_{\text{л}} - jx_C = 10 - j30 \text{ Ом}.$$

3. Комплексные проводимости фаз:

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{30} = 0,0333 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1 \cdot (10 - j20)}{(10 + j20)(10 - j20)} = \frac{10 - j20}{100 + 400} = 0,02 - j0,04 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1 \cdot (10 + j30)}{(10 - j30)(10 + j30)} = \frac{10 + j30}{100 + 900} = 0,01 + j0,03 \text{ См}.$$

4. Напряжение смещения нейтрали:

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{100 \cdot 0,0333 + 100e^{-j120^\circ} (0,02 - j0,04) + 100e^{j120^\circ} (0,01 + j0,03)}{0,0333 + 0,02 - j0,04 + 0,01 + j0,03} = \\
&= \frac{3,33 + (-50 - j86,6)(0,02 - j0,04) + (-50 + j86,6)(0,01 + j0,03)}{0,0633 - j0,01} = \\
&= \frac{3,33 - 1 - j1,732 + j2 - 3,464 - 0,5 + j0,866 - j1,5 - 2,598}{0,0633 - j0,01} = \\
&= \frac{-4,232 - j0,366}{0,0633 - j0,01} = \frac{-\sqrt{4,232^2 + 0,366^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-0,366}{-4,232}}}{\sqrt{0,0633^2 + 0,01^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-0,01}{0,0633}}} = \frac{-4,248e^{j4,94^\circ}}{0,064e^{-j8,98^\circ}} = \\
&= -66,375e^{j13,92^\circ} = -64,43 - j15,97 \text{ В.}
\end{aligned}$$

5. Напряжения на эквивалентных сопротивлениях фаз:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_{0'0} = 100 + 64,43 + j15,97 = 164,43 + j15,97 \text{ В;}$$

$$\begin{aligned}
\dot{U}_B &= \dot{E}_B - \dot{U}_{0'0} = 100e^{-j120^\circ} + 64,43 + j15,97 = \\
&= 100 \cdot (-0,5 - j0,866) + 64,43 + j15,97 = 14,43 - j70,63 \text{ В;}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{U}_C &= \dot{E}_C - \dot{U}_{0'0} = 100e^{j120^\circ} + 64,43 + j15,97 = \\
&= 100 \cdot (-0,5 + j0,866) + 64,43 + j15,97 = 14,43 + j102,57 \text{ В.}
\end{aligned}$$

6. Линейные (фазные) токи:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A \underline{Y}_A = (164,43 + j15,97) \cdot 0,0333 = 5,475 + j0,532 = 5,5e^{j5,5^\circ} \text{ А;}$$

$$\begin{aligned}
\dot{I}_B &= \dot{U}_B \underline{Y}_B = (14,43 - j70,63)(0,02 - j0,04) = \\
&= 0,289 - j1,413 - j0,577 - 2,825 = -2,536 - j1,99 = 3,22e^{j218,1^\circ} \text{ А;}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{I}_C &= \dot{U}_C \underline{Y}_C = (14,43 + j102,57)(0,01 + j0,03) = \\
&= 0,1443 + j0,4329 + j1,0257 - 3,077 = -2,9327 + j1,4547 = 3,27e^{j153,6^\circ} \text{ А.}
\end{aligned}$$

Проверка:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 5,475 + j0,532 - 2,536 - j1,99 - 2,9327 + j1,4547 = 0.$$

7. Фазные напряжения потребителя:

$$\dot{U}'_A = \underline{Z}'_A \dot{I}'_A = 20 \cdot 5,5 e^{j5,5^\circ} = 110 e^{j5,5^\circ} = 109,49 + j10,54 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_B &= \underline{Z}'_B \dot{I}'_B = j20 \cdot 3,22 e^{j218,1^\circ} = 20 e^{j90^\circ} \cdot 3,22 e^{j218,1^\circ} = \\ &= 64,4 e^{-j51,9^\circ} = 39,74 - j50,68 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_C &= \underline{Z}'_C \dot{I}'_C = -j30 \cdot 3,27 e^{j153,6^\circ} = 30 e^{-j90^\circ} \cdot 3,27 e^{j153,6^\circ} = \\ &= 98,1 e^{j63,6^\circ} = 43,62 + j87,87 \text{ В}. \end{aligned}$$

Действующие значения фазных напряжений потребителя:

$$U'_A = 110 \text{ В}; \quad U'_B = 64,4 \text{ В}; \quad U'_C = 98,1 \text{ В}.$$

8. Линейные напряжения потребителя:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_{AB} &= \dot{U}'_A - \dot{U}'_B = 109,49 + j10,54 - 39,74 + j50,68 = \\ &= 69,75 + j61,22 = 92,81 e^{j41,27^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_{BC} &= \dot{U}'_B - \dot{U}'_C = 39,74 - j50,68 - 43,62 - j87,87 = \\ &= -3,88 - j138,55 = 138,6 e^{-j91,6^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_{CA} &= \dot{U}'_C - \dot{U}'_A = 43,62 + j87,87 - 109,49 - j10,54 = \\ &= -65,87 + j77,33 = 101,58 e^{j139,6^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Действующие значения линейных напряжений потребителя:

$$U'_{AB} = 92,81 \text{ В}; \quad U'_{BC} = 138,6 \text{ В}; \quad U'_{CA} = 101,58 \text{ В}.$$

9. Падения напряжения в линейных проводах:

$$\Delta \dot{U}'_{лA} = R_{л} \dot{I}'_A = 10 \cdot 5,5 e^{j5,5^\circ} = 55 e^{j5,5^\circ} \text{ В};$$

$$\Delta \dot{U}'_{лB} = R_{л} \dot{I}'_B = 10 \cdot 3,22 e^{j218,1^\circ} = 32,2 e^{j218,1^\circ} \text{ В};$$

$$\Delta \dot{U}'_{лC} = R_{л} \dot{I}'_C = 10 \cdot 3,27 e^{j153,6^\circ} = 32,7 e^{j153,6^\circ} \text{ В}.$$

10. Комплексная мощность трехфазного генератора

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{ист}} &= \dot{E}'_A \dot{I}'_A + \dot{E}'_B \dot{I}'_B + \dot{E}'_C \dot{I}'_C = \\ &= 100 \cdot 5,5 e^{-j5,5^\circ} + 100 e^{-j120^\circ} \cdot 3,22 e^{-j218,1^\circ} + 100 e^{j120^\circ} \cdot 3,27 e^{-j153,6^\circ} = \end{aligned}$$

$$= 550e^{-j5,5^\circ} + 322e^{j21,9^\circ} + 327e^{-j33,6^\circ} =$$

$$= 547,5 - j52,7 + 298,8 + j120,1 + 272,4 - j181 = 1118,7 - j113,6 \text{ ВА.}$$

Активная мощность, вырабатываемая генератором, равна

$$P_{\text{ист}} = \text{Re}[\tilde{S}] = \text{Re}[1118,7 - j113,6] = 1118,7 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность, вырабатываемая генератором, равна

$$Q_{\text{ист}} = \text{Im}[\tilde{S}] = \text{Im}[1118,7 - j113,6] = -113,6 \text{ ВАр.}$$

Отрицательное значение Q означает, что реактивная мощность цепи имеет емкостный характер.

11. Активная мощность, потребляемая трехфазной цепью (с учетом сопротивлений линейных проводов):

$$P_{\text{потр}} = P_A + P_B + P_C = I_A^2(R_{\text{л}} + R_A) + I_B^2R_{\text{л}} + I_C^2R_{\text{л}} =$$

$$= 5,5^2 \cdot 30 + 3,22^2 \cdot 10 + 3,27^2 \cdot 10 = 1118,1 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность трехфазного потребителя:

$$Q_{\text{потр}} = Q_A + Q_B + Q_C = I_B^2x_L - I_C^2x_C =$$

$$= 3,22^2 \cdot 20 - 3,27^2 \cdot 30 = -113,4 \text{ ВАр.}$$

12. Баланс по активным мощностям:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}},$$

$$1118,7 \text{ Вт} = 1118,1 \text{ Вт};$$

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{потр}}|}{P_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|1118,7 - 1118,1|}{1118,7} \cdot 100\% = 0,05\% .$$

Баланс по реактивным мощностям:

$$Q_{\text{ист}} = Q_{\text{потр}},$$

$$-113,6 \text{ ВАр} = -113,4 \text{ ВАр};$$

$$\delta_Q = \frac{|Q_{\text{ист}} - Q_{\text{потр}}|}{Q_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|113,6 - 113,4|}{113,6} \cdot 100\% = 0,18\% .$$

13. Показания ваттметров:

$$P_1 = \operatorname{Re}[\dot{U}_{AB} I_A^*] = \operatorname{Re}[173e^{j30^\circ} \cdot 5,5e^{-j5,5^\circ}] = \operatorname{Re}[951,5e^{j24,5^\circ}] =$$

$$= \operatorname{Re}[951,5 \cos 24,5^\circ + j951,5 \sin 24,5^\circ] =$$

$$= \operatorname{Re}[865,83 + j394,58] = 865,83 \text{ Вт.}$$

$$P_2 = \operatorname{Re}[\dot{U}_{CB} I_C^*] = \operatorname{Re}[173e^{-j90^\circ+180^\circ} \cdot 3,27e^{-j153,6^\circ}] =$$

$$= \operatorname{Re}[565,71e^{-j63,6^\circ}] = \operatorname{Re}[565,71 \cos(-63,6^\circ) + j565,71 \sin(-63,6^\circ)] =$$

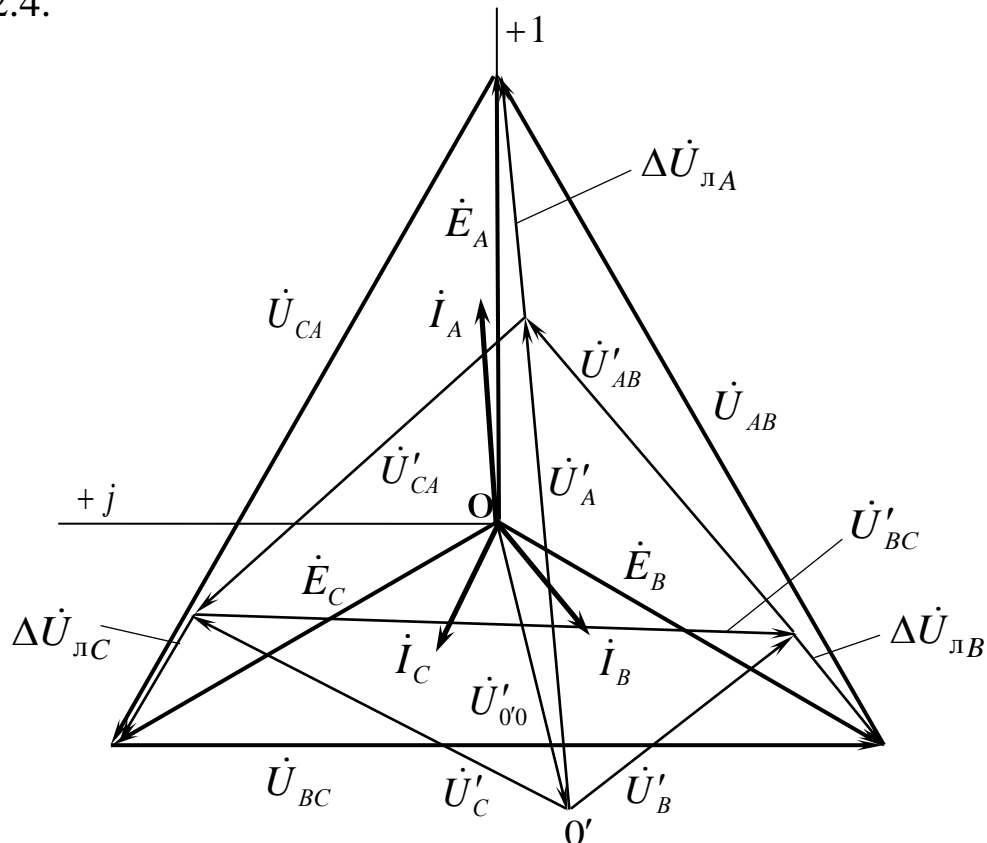
$$= \operatorname{Re}[251,53 - j506,71] = 251,53 \text{ Вт.}$$

Сумма показаний ваттметров:

$$P = P_1 + P_2 = 865,83 + 251,53 = 1117,36 \text{ Вт.}$$

Таким образом, сумма показаний двух ваттметров в *несимметричном режиме без нулевого провода* равна активной мощности всей трехфазной цепи.

14. Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рис. 3.2.4.



Р и с. 3.2.4

Порядок построения векторной диаграммы.

Выбираем масштаб по напряжению и масштаб по току.

По направлению вещественной оси комплексной плоскости в масштабе напряжений откладываем вектор \dot{E}_A . В сторону отставания (по часовой стрелке) под углами 120° и 240° откладываем соответственно \dot{E}_B и \dot{E}_C . Соединив концы этих векторов, получим треугольник линейных напряжений генератора \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} .

Из начала координат по известному углу и модулю откладываем напряжение смещения нейтрали $\dot{U}_{0'0}$. Если конец этого вектора (нулевая точка потребителя $0'$) соединить с вершинами треугольника линейных напряжений генератора, получим диаграмму фазных напряжений эквивалентной нагрузки \dot{U}_A , \dot{U}_B и \dot{U}_C (на рис. 3.2.4 не показаны).

Из точки $0'$ откладываем вектор напряжения на фазе A приемника \dot{U}'_A , а от его конца - вектор падения напряжения на сопротивлении линейного провода $\Delta\dot{U}_{лA}$. Конец этого вектора должен совпасть с концом вектора \dot{E}_A . Таким образом графически выполняем второй закон Кирхгофа для фазы A трехфазной цепи:

$$\dot{U}_{0'0} + \dot{U}'_A + \Delta\dot{U}_{лA} = \dot{E}_A.$$

Аналогично поступаем и с двумя другими фазами – графически выполняем второй закон Кирхгофа:

- для фазы B

$$\dot{U}_{0'0} + \dot{U}'_B + \Delta\dot{U}_{лB} = \dot{E}_B;$$

- для фазы C

$$\dot{U}_{0'0} + \dot{U}'_C + \Delta\dot{U}_{лC} = \dot{E}_C.$$

Соединив концы фазных напряжений \dot{U}'_A , \dot{U}'_B и \dot{U}'_C , получим треугольник линейных напряжений приемника \dot{U}'_{AB} , \dot{U}'_{BC} и \dot{U}'_{CA} .

Векторная диаграмма токов строится по найденным в расчете величинам токов \dot{I}_A , \dot{I}_B и \dot{I}_C . Их сумма в трехфазной цепи без нулевого провода должна быть

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

При правильном построении векторной диаграммы должны соблюдаться следующие условия:

- в фазе A сопротивление линейного провода и нагрузки чисто активные, следовательно, ток \dot{I}_A должен совпадать по фазе с векторами \dot{U}'_A и $\Delta\dot{U}_{лA}$;

- в фазе B сопротивление линейного провода чисто активное, а нагрузка чисто индуктивная, следовательно, вектор $\Delta\dot{U}_{лB}$ должен совпадать по фазе с током \dot{I}_B , а вектор \dot{U}'_B должен опережать вектор \dot{I}_B на угол 90° ;

- в фазе C сопротивление линейного провода чисто активное, а нагрузка чисто емкостная, следовательно, вектор $\Delta\dot{U}_{лC}$ должен совпадать по фазе с током \dot{I}_C , а вектор \dot{U}'_C должен отставать от вектора \dot{I}_C на угол 90° .

в) Расчет трехфазной цепи при несимметричной нагрузке с нулевым проводом.

Дано: линейное напряжение источника $U_{л} = 173$ В, сопротивление линии передачи $R_{л} = 10$ Ом, сопротивления фаз потребителя $\underline{Z}'_A = R_A = 20$ Ом, $\underline{Z}'_B = jx_L = j20$ Ом, $\underline{Z}'_C = -jx_C = -j30$ Ом.

Так как сопротивление нулевого провода равно нулю ($\underline{Z}_0 = 0$), нулевые точки источника 0 и потребителя $0'$ имеют одинаковый потенциал и напряжение смещения нейтрали также равно нулю ($\dot{U}_{0'0} = 0$).

Точки с одинаковыми потенциалами можно объединить в одну без изменения токов в ветвях схемы – в результате схема будет

представлять собой три обособленных контура (фазы). В этом случае расчет цепи ведется для каждой фазы отдельно.

1. Эквивалентные сопротивления фаз равны:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_A &= R_{\text{л}} + R_A = 10 + 20 = 30 \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_B &= R_{\text{л}} + jx_L = 10 + j20 = 22,36e^{j63,4^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_C &= R_{\text{л}} - jx_C = 10 - j30 = 31,62e^{-j71,6^\circ} \text{ Ом}.\end{aligned}$$

2. Линейные (фазные) токи:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{100}{30} = 3,33 \text{ А}; \\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{22,36e^{j63,4^\circ}} = 4,47e^{-j183,4^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{100e^{j120^\circ}}{31,62e^{-j71,6^\circ}} = 3,16e^{j191,6^\circ} \text{ А}.\end{aligned}$$

3. Ток в нулевом проводе

$$\begin{aligned}\dot{I}_0 &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 3,33 + 4,47e^{-j183,4^\circ} + 3,16e^{j191,6^\circ} = \\ &= 3,33 + 4,47 \cos(-183,4^\circ) + j4,47 \sin(-183,4^\circ) + 3,16 \cos 191,6^\circ + \\ &\quad + j3,16 \sin 191,6^\circ = 3,33 - 4,46 + j0,27 - 3,1 - j0,64 = \\ &= -4,23 - j0,37 = 4,25e^{j185^\circ} \text{ А}.\end{aligned}$$

Показания амперметров (действующие значения токов):

$$I_A = 3,33 \text{ А}; \quad I_B = 4,47 \text{ А}; \quad I_C = 3,16 \text{ А}; \quad I_0 = 4,25 \text{ А}.$$

4. Падения напряжения в линейных проводах:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{U}_{\text{л}A} &= R_{\text{л}} \dot{I}_A = 10 \cdot 3,33 = 33,3 \text{ В}; \\ \Delta \dot{U}_{\text{л}B} &= R_{\text{л}} \dot{I}_B = 10 \cdot 4,47e^{-j183,4^\circ} = 44,7e^{-j183,4^\circ} \text{ В}; \\ \Delta \dot{U}_{\text{л}C} &= R_{\text{л}} \dot{I}_C = 10 \cdot 3,16e^{j191,6^\circ} = 31,6e^{j191,6^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

5. Фазные напряжения потребителя:

$$\dot{U}'_A = \underline{Z}'_A \cdot \dot{I}'_A = 20 \cdot 3,33 = 66,6 \text{ В};$$

$$\dot{U}'_B = \underline{Z}'_B \dot{I}'_B = j20 \cdot 4,47 e^{-j183,4^\circ} = 20 e^{j90^\circ} \cdot 4,47 e^{-j183,4^\circ} = 89,4 e^{-j93,4^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}'_C = \underline{Z}'_C \dot{I}'_C = -j30 \cdot 3,16 e^{j191,6^\circ} = 30 e^{-j90^\circ} \cdot 3,16 e^{j191,6^\circ} = 94,8 e^{j101,6^\circ} \text{ В}.$$

6. Для определения линейных напряжений на потребителе переведем комплексы фазных его напряжений из показательной формы записи в алгебраическую:

$$\dot{U}'_A = 66,6 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_B &= 89,4 e^{-j93,4^\circ} = 89,4 \cos(-93,4^\circ) + j89,4 \sin(-93,4^\circ) = \\ &= -5,3 - j89,24 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_C &= 94,8 e^{j101,6^\circ} = 94,8 \cos 101,6^\circ + j94,8 \sin 101,6^\circ = \\ &= -19,06 + j92,86 \text{ В}. \end{aligned}$$

Линейные напряжения равны разности соответствующих фазных напряжений:

$$\dot{U}'_{AB} = \dot{U}'_A - \dot{U}'_B = 66,6 + 5,3 + j89,24 = 71,9 + j89,24 = 114,6 e^{j51,1^\circ} \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_{BC} &= \dot{U}'_B - \dot{U}'_C = -5,3 - j89,24 + 19,06 - j92,86 = \\ &= 13,76 - j182,1 = 182,62 e^{-j85,7^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_{CA} &= \dot{U}'_C - \dot{U}'_A = -19,06 + j92,86 - 66,6 = \\ &= -85,66 + j92,86 = 126,34 e^{j132,7^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

7. Комплексная мощность трехфазного генератора

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{ист}} &= \dot{E}'_A \dot{I}'_A + \dot{E}'_B \dot{I}'_B + \dot{E}'_C \dot{I}'_C = \\ &= 100 \cdot 3,33 + 100 e^{-j120^\circ} \cdot 4,47 e^{j183,4^\circ} + 100 e^{j120^\circ} \cdot 3,16 e^{-j191,6^\circ} = \\ &= 333 + 447 e^{j63,4^\circ} + 316 e^{-j71,6^\circ} = \\ &= 333 + 200,1 + j399,7 + 99,7 - j299,8 = 632,8 + j99,9 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Активная мощность, вырабатываемая генератором, равна

$$P_{\text{ист}} = \operatorname{Re}[\tilde{S}] = \operatorname{Re}[632,8 + j99,9] = 632,8 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность, вырабатываемая генератором, равна

$$Q_{\text{ист}} = \operatorname{Im}[\tilde{S}] = \operatorname{Im}[632,8 + j99,9] = 99,9 \text{ ВАр.}$$

Положительное значение Q означает, что реактивная мощность цепи имеет индуктивный характер.

8. Активная мощность, потребляемая трехфазной цепью (с учетом сопротивлений линейных проводов):

$$\begin{aligned} P_{\text{потр}} &= P_A + P_B + P_C = I_A^2(R_{\text{л}} + R_A) + I_B^2 R_{\text{л}} + I_C^2 R_{\text{л}} = \\ &= 3,33^2 \cdot 30 + 4,47^2 \cdot 10 + 3,16^2 \cdot 10 = 632,3 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность трехфазного потребителя:

$$\begin{aligned} Q_{\text{потр}} &= Q_A + Q_B + Q_C = I_B^2 x_L - I_C^2 x_C = \\ &= 4,47^2 \cdot 20 - 3,16^2 \cdot 30 = 100 \text{ ВАр.} \end{aligned}$$

9. Баланс по активным мощностям:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}},$$

$$632,8 \text{ Вт} = 632,3 \text{ Вт};$$

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{потр}}|}{P_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|632,8 - 632,3|}{632,8} \cdot 100\% = 0,08\%.$$

Баланс по реактивным мощностям:

$$Q_{\text{ист}} = Q_{\text{потр}},$$

$$99,9 \text{ ВАр} = 100 \text{ ВАр};$$

$$\delta_Q = \frac{|Q_{\text{ист}} - Q_{\text{потр}}|}{Q_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|99,9 - 100|}{99,9} \cdot 100\% = 0,1\%.$$

10. Показания ваттметров:

$$P_1 = \operatorname{Re}[\dot{U}_{AB}^* I_A] = \operatorname{Re}[173e^{j30^\circ} \cdot 3,33] = \operatorname{Re}[576,1e^{j30^\circ}] = \\ = \operatorname{Re}[576,1 \cos 30^\circ + j576,1 \sin 30^\circ] = \operatorname{Re}[498,9 + j288] = 498,9 \text{ Вт};$$

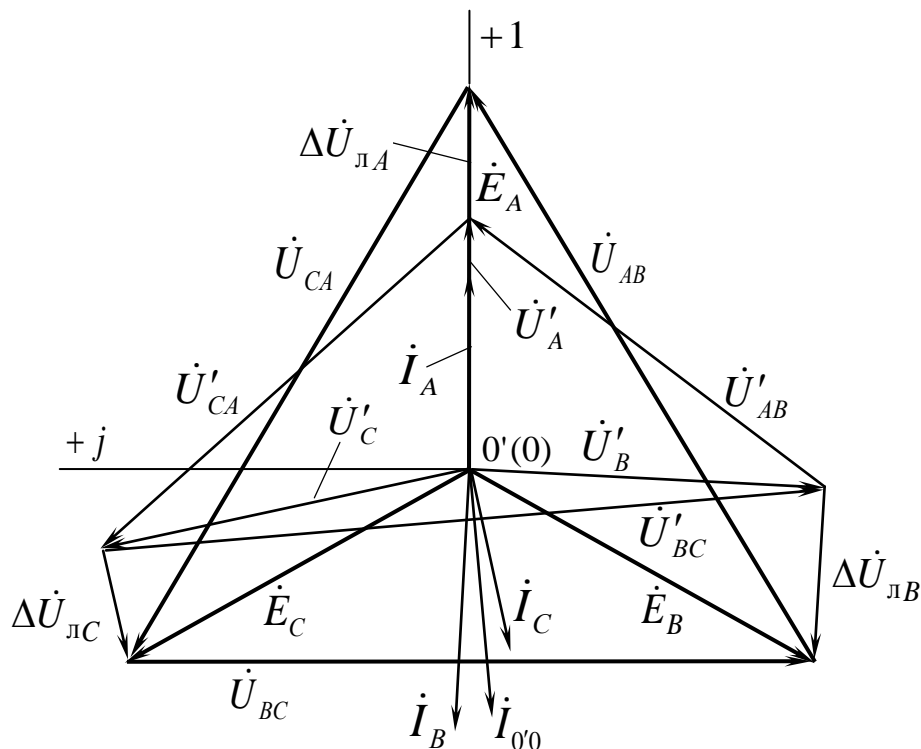
$$P_2 = \operatorname{Re}[\dot{U}_{CB}^* I_C] = \operatorname{Re}[173e^{-j90^\circ+180^\circ} \cdot 3,16e^{-j191,6^\circ}] = \\ = \operatorname{Re}[546,7e^{-j101,6^\circ}] = \operatorname{Re}[546,7 \cos(-101,6^\circ) + j546,7 \sin(-101,6^\circ)] = \\ = \operatorname{Re}[-109,9 - j535,5] = -109,9 \text{ Вт}.$$

Сумма показаний ваттметров равна

$$P = P_1 + P_2 = 498,9 - 109,9 = 389 \text{ Вт}.$$

Таким образом, сумма показаний двух ваттметров в *несимметричном режиме с нулевым проводом* не равна активной мощности всей трехфазной цепи (*метод двух ваттметров не применим*).

11. Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рис. 3.2.5.



Р и с. 3.2.5

Векторная диаграмма строиться по тем же правилам, что и в предыдущем случае.

Библиографический список

1. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов: В 3 т. – М.; СПб.: Питер, 2006.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник. – М.: Гардарики, 2006.
3. Атабеков Г.И. Основы теории цепей: учебник. – М.; СПб.: Лань, 2006.
4. Новожилов О.П. Электротехника и электроника: учебник. – М.: Гардарики, 2008.
5. Прянишников В.А. Теоретические основы электротехники: курс лекций. – СПб.: Корона-принт, 2000.
6. Киреев К.В., Мякишев В.М. Теоретические основы электротехники: учеб. пособие. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010.
7. Киреев К.В. Теоретическая электротехника: Виртуальная лаборатория в Multisim 10. Линейные электрические цепи постоянного и синусоидального тока. – М.: Энергоатомиздат, 2008.
8. Киреев К.В. Теоретическая электротехника: Виртуальная лаборатория в Multisim 11. Переходные процессы в линейных электрических цепях. – М.: Машиностроение, 2012.
9. Киреев К.В. Линейные электрические цепи постоянного тока: лабораторный практикум. – Самара: СамГТУ, 2012.
10. Киреев К.В. Линейные электрические цепи синусоидального тока: лабораторный практикум. – Самара: СамГТУ, 2013.
11. Киреев К.В. Электрические цепи несинусоидального тока: лабораторный практикум. – Самара: СамГТУ, 2013.
12. Бессонов Л.А., Демидова И.Г., Заруди М.Е. и др. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. – М.: Высшая школа, 2000.
13. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высшая школа, 1990.
14. Коровкин Н.В., Семина Е.Е., Чечурин В. Л. Теоретические основы электротехники. Сборник задач: учеб. пособ. для вузов. – СПб.: Питер, 2004.
15. Прянишников В.А., Петров Е.А., Осипов Ю.М. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах: практ. пособие. – СПб.: Корона-принт, 2001.
16. Башарин С.А., Федоров В.В. Теоретические основы электротехники: учеб. пособие. – М.: Academia, 2004.
17. Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: учебник. – М.: Academia, 2004.